মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ আৰু বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগ

(MAXWELL'S EQUATIONS AND ELECTROMAGNETIC WAVES)

মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ:

মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ কেইটা বিদ্যুতক্ষেত্ৰ আৰু চুম্বকক্ষেত্ৰৰ সৈতে জড়িত আৰু সমীকৰণ কেইটাৰ মূল আধাৰ হৈছে গাউছ, ফেৰাডে, এম্পিয়াৰ আদিয়ে আগবঢ়োৱা পদাৰ্থ বিজ্ঞানৰ মৌলিক সূত্ৰ সমূহ। ঊনৈশ শতিকাৰ মাজভাগত (1860 চনত) আৱিষ্কৃত এই সূত্ৰসমূহৰ সহায়ত ধ্ৰুপদী বিদ্যুত চুম্বকত্বৰ বৰ্ণনা দিব পাৰি। মেক্সৱেলে এম্পিয়াৰৰ সূত্ৰৰ কিছু শুধৰণি কৰি তেওঁৰ এই চাৰিটা সমীকৰণৰ দেখুৱাবলৈ সক্ষম হৈছিল যে বিদ্যুত চুম্বকীয় ক্ষেত্ৰই তৰংগৰ দৰে গতি কৰে; অৰ্থাত মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ চাৰিটাৰ সহায়ত তৰংগৰ সমীকৰণ সৃষ্টি কৰিব পাৰি।

বিদ্যুতক্ষেত্ৰ আৰু চুম্বকক্ষেত্ৰৰ মৌলিক সমীকৰণ কেইটা হ'ল,

(i) বিদ্যুতক্ষেত্ৰত গাউছৰ সূত্ৰ : $\vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ -----(10.1)

(ii) চুম্বকক্ষেত্ৰত গাউছৰ সূত্ৰ : $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ --------(10.2)

(iii) এম্পিয়াৰৰ সূত্ৰ : $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{J}$ ------(10.3)

(iv) ফেৰাডেৰ বিদ্যুত চুম্বকীয় আৱেশৰ সূত্ৰ :

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad \text{----------(10.4)}$$

Scanned by CamScanner

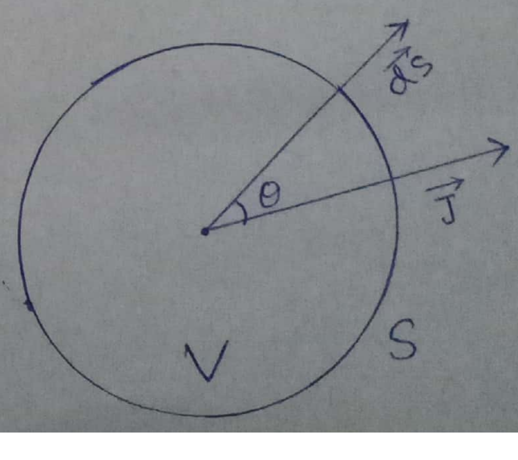
ইয়াৰ প্ৰথমটো সমীকৰণ কুলম্বৰ সূত্ৰৰ সমতুল্য আৰু ই আধান আৰু বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ সম্পৰ্ক দেখুৱায়।
দ্বিতীয় সমীকৰণে চুম্বকক্ষেত্ৰৰ সংকেত দিয়ে আৰু এই সমীকৰণে সূচায় যে চুম্বকৰ একক মেৰু বাস্তৱত পোৱা নাযায়।
তৃতীয় সমীকৰণে প্ৰবাহ ঘনত্বই সৃষ্টি কৰা চুম্বকক্ষেত্ৰৰ ধাৰণা দিয়ে সৃষ্টিৰ ৰ আৰু পৰিবাহীৰ মাজেৰে প্ৰবাহিত প্ৰবাহে পৰিবাহীৰ ওচৰত সৃষ্টি কৰা চুম্বকক্ষেত্ৰৰ কথা সূচায়।
চতুৰ্থ সমীকৰণে পৰিবৰ্তনশীল চুম্বকক্ষেত্ৰই সৃষ্টি কৰা বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ ধাৰণা দিয়ে। ইয়াৰ পৰা জানিব পাৰি যে কুণ্ডলী এটাৰ ওচৰলৈ দণ্ডচুম্বক এডাল আনিলে, কুণ্ডলীটোত বিদ্যুত প্ৰবাহৰ সৃষ্টি হয়।

10.2 প্ৰবাহৰ অবিচ্ছিন্নতাৰ সমীকৰণ (EQUATION OF CONTINUITY)

আমি জানো যে আধানৰ গতিৰ বাবে প্ৰবাহৰ সৃষ্টি হয়।
প্ৰবাহ (I) আৰু আধানৰ (q) সম্পৰ্ক হ'ল,

$$I = \frac{dq}{dt}$$

চিত্ৰ 10.1 ত এটাৰ V আয়তন আৰু S ক্ষেত্ৰফলৰ আবদ্ধ পৃষ্ঠ দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ 10.1

Scanned by CamScanner

এতিয়া আধানৰ ঘনত্ব ρ হ'লে V আয়তনত মুঠ আধান হ'ব,

$$q = \int_V \rho \, dv$$

আকৌ, প্ৰতি একক সময়ত প্ৰতি একক ক্ষেত্ৰৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা মুঠ আধানৰ মান হ'ল, প্ৰৱাহ ঘনত্ব (J) (CURRENT DENSITY). চিত্ৰ 10.1 ত ক্ষুদ্ৰ অংশ ds ৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা প্ৰৱাহ ঘনত্ব (J) দেখুওৱা হৈছে।

আধানৰ সংৰক্ষণশীলতাৰ বাবে S আবদ্ধ পৃষ্ঠৰ বাহিৰলৈ গতিকৰা প্ৰৱাহৰ বাবে সেই আয়তনত আধানৰ মান হ্ৰাস পায়, গতিকে, $I = -\frac{dq}{dt}$

ইয়াত I হৈছে S বদ্ধ পৃষ্ঠৰ মাজেদি পাৰ হোৱা মুঠ প্ৰৱাহ।

যদি J আধান ঘনত্ব হয় তেন্তে, মুঠ প্ৰৱাহ I হ'ব,

$$I = \oint_S \vec{J} \cdot \vec{ds} = -\frac{dq}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_V \rho \, dv \quad \text{---} (10.5)$$

যিহেতু আধান ঘনত্বৰ মান সময়ৰ সৈতে সলনি হয়, গতিকে আমি লিখিব পাৰো যে

$$\frac{d}{dt}\int_V \rho \, dv = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dv \quad \text{----} (10.6)$$

Scanned by CamScanner

সমীকৰণ (10.5) আৰু (10.6) ৰ পৰা লিখিব পাৰো যে,

$$\oint_S \vec{J}.\vec{ds} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

আকৌ, DIVERGENCE ৰসূত্ৰৰ পৰা,

$$\oint_S \vec{J}.\vec{ds} = \int_V (\vec{\nabla}.\vec{J})\, dv$$

$$\therefore \int_V (\vec{\nabla}.\vec{J})\, dv = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

$$\Rightarrow \int_V \left(\vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t}\right) dv = 0 \quad \text{-----------} \quad (10.7)$$

ওপৰৰ সমীকৰণটো যি কোনো আয়তনৰ বাবে প্ৰযোজ্য।

$$\therefore \vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$\text{বা} \quad div\,\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \text{-------} \quad (10.8)$$

উক্ত সমীকৰণটোৱে (10.8) হৈছে প্ৰবাহৰ অবিচ্ছিন্নতাৰ সমীকৰণ। প্ৰকৃততে ই আধানৰ সংৰক্ষণৰ গাণিতীক প্ৰকাশ। কোনো এক নিৰ্দিষ্ট আয়তনৰ পৰা বাহিৰলৈ গতিকৰা প্ৰবাহৰ বাবে সেই আয়তনত আধানৰ মান হ্ৰাস পায়, যিহেতু আধানৰ সৃষ্টি বা বিনাশ অসম্ভৱ।

স্থিৰ প্ৰবাহৰ ক্ষেত্ৰত, আধান ঘনত্ব যিকোনো বিন্দুত একে থাকে, অৰ্থাৎ $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$, গতিকে, $\vec{\nabla}.\vec{J} = 0$ ।

Scanned by CamScanner

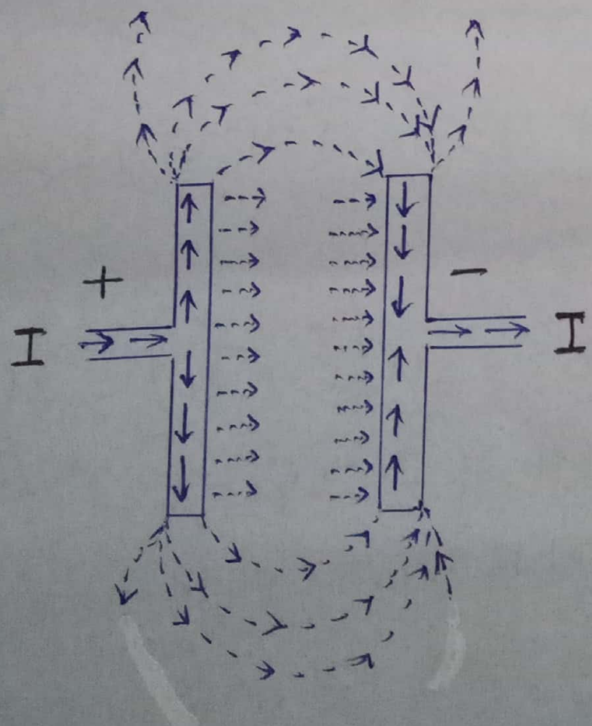
সৰণ প্ৰৱাহ (DISPLACEMENT CURRENT):

সৰণ প্ৰৱাহৰ ধাৰণাৰ বাবে সমান্তৰাল পাত ধাৰক এটা কল্পনা কৰিব পাৰি (চিত্ৰ 10.2)। সমান্তৰাল পাত ধাৰকৰ ধনাত্মক পাত মানেৰে প্ৰৱাহ প্ৰৱেশ কৰি ঋণাত্মক পাত মানেৰে ওলায়, কিন্তু এই প্ৰৱাহ সৰহ সময় নাথাকে আৰু ধাৰকটো সম্পূৰ্ণ ৰূপে আহিত হ'লে এই প্ৰৱাহৰ মান শূন্য হয়। কোনো সময়ত ধাৰকৰ পাতত আধানৰ মান q আৰু পাতৰ ক্ষেত্ৰফল A হ'লে ধাৰকৰ পাত দুখনৰ মাজত বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ মান হ'ব, $E = \frac{q}{\epsilon_0 A}$

গতিকে, $\frac{dE}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A}\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\epsilon_0 A} i_d$

$$\therefore i_d = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt}$$

পাত দুখনৰ মাজত প্ৰৱাহ ঘনত্ব, $J_d = \frac{i_d}{A} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}$



Scanned by CamScanner

এইদৰে $\vec{E}$ ৰ পৰিবৰ্ত্তনৰ বাবে শূন্যস্থানত J_d প্ৰৱাহ ঘনত্ব প্ৰৱাহৰ সৃষ্টি হয়। এই প্ৰৱাহ ঘনত্বকে অৱৰ্ণ প্ৰৱাহ ঘনত্ব বোলে। চিত্ৰত অৱৰ্ণ প্ৰৱাহ বিচ্ছিন্ন হোৱাৰে আনহাতে পাত আৰু বৰ্ত্তনীৰ তাঁৰেৰে প্ৰৱাহিত প্ৰৱাহ কাড় চিহ্নৰে দেখুওৱা হৈছে।

আকৌ প্ৰৱাহৰ নিৰবিচ্ছিন্নতাৰ সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ যে, $\vec{\nabla}\cdot\vec{J}=0$ যেতিয়া $\frac{\partial\rho}{\partial t}=0$.

অৰ্থাৎ, স্থিৰ প্ৰৱাহৰ ক্ষেত্ৰত কোনো বিন্দুত আধানৰ মান স্থিৰে থাকে, কিন্তু এই ধাৰণা সকলো ক্ষেত্ৰত শুদ্ধ নহয় কিয়নো আধান এঠাইৰ পৰা আনঠাইলৈ স্থানান্তৰ হয়।

মেক্সৱেলৰ মতে সমীকৰণ $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{J}$ শুদ্ধ নহয়, তেওঁ $\vec{J}$ সৈতে আন এটা ৰাশি সংযোগ কৰাৰ প্ৰয়োজন কৰে।

এক্ষিপ্ৰতাৰৰ সূত্ৰৰ $\vec{J}$ ৰ লগত $\vec{J_d}$ যোগ কৰিলে পোৱা যায়,

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0(\vec{J}+\vec{J_d})=\mu_0\vec{J}+\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

বা $$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad (10.9)$$

এতিয়া আধাৰহীন শূন্য স্থানত, $\rho=0$ আৰু $\vec{J}=0$

$$\therefore \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Scanned by CamScanner

আকৌ, $\epsilon_0 \vec{E} = \vec{D}$

$\therefore$ সমীকৰণ (10.9) ক এনেদৰে লিখিব পাৰি,

$$\nabla \times H = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

এই সমীকৰণটোৱে বিদ্যুত প্ৰৱাহৰ লগত জড়িত চুম্বকক্ষেত্ৰ নিৰ্দেশ কৰে আৰু ই মেক্সৱেলৰ দ্বাৰা সংশোধিত এম্পিয়াৰৰ সূত্ৰৰ এটা ৰূপ।

10.4 মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ সমূহৰ আহৰণ (DERIVATION OF MAXWELL'S EQUATIONS):

(i) $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

ρ আধানৰ ঘনত্বৰ বাবে সৃষ্টি হোৱা বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ বাবে গাউচৰ (GAUSS's) উপপাদ্য মতে,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{-------------} \quad (10.10)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{যিহেতু } \vec{D} = \epsilon_0 \vec{E})$$

গাউচৰ সূত্ৰ মতে,

$$\oint_s \vec{E} \cdot ds = \frac{1}{\epsilon_0} \times Q \; (\text{গাউচীয় পৃষ্ঠই আবৰা আধান})$$

$$= \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho \, dv \quad \text{----------} \quad (10.11)$$

$$\Rightarrow \oint_s \epsilon_0 \vec{E} \cdot ds = \int_V \rho \, dv$$

$$\Rightarrow \oint_s \vec{D} \cdot ds = \int_V \rho \, dv$$

Scanned by CamScanner

গ্ৰীনৰ (GREEN's) সমীকৰণৰ পৰা পাওঁ,

$$\oint_S \vec{E}.ds = \int_V \vec{\nabla}.\vec{E}\, dV$$

$$\therefore \int_V \vec{\nabla}.\vec{E}\, dV = \frac{1}{\epsilon_0}\int_V \rho\, dV$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}.\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}.\vec{D} = \rho \text{ বা } div\, \vec{D} = \rho$$

(2) $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$

আমি জানো যে চুম্বকীয় বলৰেখাবোৰ বন্ধ ৰেখা। গতিকে কোনো বন্ধ পৃষ্ঠৰ ভিতৰলৈ প্ৰবেশ কৰা বলৰেখাৰ সংখ্যা সেই পৃষ্ঠৰ পৰা ওলাই যোৱা বলৰেখাৰ সংখ্যাৰ সমান। গতিকে কোনো বন্ধ পৃষ্ঠ S ৰ বাবে,

$$\oint_S \vec{B}.ds = 0$$

$$\oint_S \vec{B}.ds = \int_V \vec{\nabla}.\vec{B}\, dV$$ (গাউচৰ DIVERGENCE উপপাদ্য প্ৰয়োগ কৰি পাওঁ।)

$$\therefore \int_V \vec{\nabla}.\vec{B}\, dV = 0$$

গতিকে যি কোনো আয়তনৰ বাবে, $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$

বা, $div\, \vec{B} = 0$

Scanned by CamScanner

3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

ফেৰাডেৰ বিদ্যুত চুম্বকীয় আৱেশ পৰিঘটনা অনুসৰি পৰিবৰ্তনশীল চুম্বকীয় ফ্লাক্স (ϕ) ৰ বাবে বদ্ধ পৃষ্ঠত আৱিষ্ট বিদ্যুত চালক বলৰ (e.m.f) মান;

$$e = -\frac{\partial \phi}{\partial t} \text{ ---------------- } (10.12)$$

আকৌ চুম্বকীয় ফ্লাক্স (ϕ) আৰু চুম্বকক্ষেত্ৰৰ (B) সম্পৰ্ক হ'ল,

$$\phi = \oint_s \vec{B}.\vec{ds} \text{ ---------- } (10.13)$$

ইয়াত s হৈছে এখন বদ্ধ পৃষ্ঠ।

আবদ্ধ পথত (LOOP) একক আধান এটা আনিবলৈ কৰা কাৰ্যৰ মান নিৰ্ণয় কৰি e.m.f ৰ মান উলিয়াব পাৰি,

$$\omega = e = \oint \vec{E}.dl \text{ ------------ } (10.14)$$

ইয়াত $\vec{E}$ হৈছে আৱিষ্ট বিদ্যুত চালক বলৰ সৈতে জড়িত বিদ্যুত ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য।

সমীকৰণ (10.12) আৰু (10.14) ৰ পৰা পাওঁ,

$$\oint \vec{E}.dl = -\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\oint_s \vec{B}.\vec{ds}\right)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{E}.\vec{dl} = -\oint_s \frac{\partial B}{\partial t}.\vec{ds} \text{ -------- } (10.15)$$

Scanned by CamScanner

এতিয়া ষ্ট'কৰ (STOKE'S) সমীকৰণৰ পৰা,

$$\oint \vec{E}.d\vec{l} = \oint_s (\vec{\nabla}\times\vec{E}).\vec{ds} \quad \text{-------------} \quad (10.16)$$

এতিয়া সমীকৰণ (10.15) আৰু (10.16) ৰ পৰা পাওঁ,

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{curl}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

4. $$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

এম্পিয়াৰৰ সূত্ৰ মতে,

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \mu_0 I \quad \text{----------} \quad (10.17)$$

ষ্ট'কৰ সূত্ৰ অনুসৰি,

$$\oint \vec{B}.\vec{dl} = \oint_s (\vec{\nabla}\times\vec{B}).\vec{ds} \quad \text{------} \quad (10.18)$$

সমীকৰণ (10.17) আৰু (10.18) ৰ পৰা পাওঁ,

$$\oint_s (\vec{\nabla}\times\vec{B}).\vec{ds} = \mu_0 I$$

যদি প্ৰৱাহ ঘনত্ব ভেক্টৰ $\vec{J}$ হয়, তেন্তে প্ৰৱাহ

$$I = \oint_s \vec{J}.\vec{ds}$$

$$\oint_s (\vec{\nabla}\times\vec{B}).\vec{ds} = \mu_0 \oint_s \vec{J}.\vec{ds}$$

$$\therefore \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

Scanned by CamScanner

যিহেতু, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}$$

উক্ত সমীকৰণটো স্থিৰ প্ৰৱাহৰ বাবে প্ৰযোজ্য এম্পিয়াৰৰ সূত্ৰৰ পৰা আহৰণ কৰা হৈছে, কিন্তু পৰিবৰ্তী বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ বাবে প্ৰৱাহ ঘনত্বৰ সংশোধন কৰিবলগীয়া হয়। মেক্সৱেলৰ মতে প্ৰৱাহ ঘনত্ব ($\vec{J}$)ৰ সংজ্ঞা অসম্পূৰ্ণ আৰু তেওঁ অন্য এটা ৰাশি $\vec{J}$ ৰ সৈতে সংযোগ কৰাৰ বাবে মত পোষণ কৰে।

$$\text{curl } \vec{H} = (\vec{J} + \vec{J}')$$

$$\text{div}(\text{curl } \vec{H}) = (\text{div } \vec{J} + \text{div } \vec{J}')$$

$$\Rightarrow 0 = \text{div } \vec{J} + \text{div } \vec{J}'$$

$$\therefore \text{div } \vec{J}' = -\text{div } \vec{J} = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$ (অবিচ্ছিন্নতাৰ সমীকৰণৰ পৰা)

আকৌ আমি জানো যে, $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$

$$\therefore \text{div } \vec{J}' = \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \cdot \vec{D})$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{J}' = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$$

$$\therefore \vec{J}' = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\therefore \text{curl } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

বা $$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

ইয়াত $\vec{J}' = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ হৈছে সৰণ প্ৰৱাহ ঘনত্ব (Displacement current density)

Scanned by CamScanner

মুক্ত অঞ্চলত বিদ্যুত-চুম্বকীয় তৰংগঃ (ELECTOMAGN WAVE IN FREE SPACE)

মুক্ত অঞ্চলত আধানৰ ঘনত্ব $\rho = 0$ আৰু প্ৰবাহ ঘনত্ব $J = 0$ গতিকে মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ চাৰিটাৰ ৰূপ হ'ব,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad \text{------------} \quad (10.19)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{------------} \quad (10.20)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \text{------------} \quad (10.21)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{------------} \quad (10.22)$$

এতিয়া; $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \nabla^2 \vec{B}$

$= -\nabla^2 \vec{B}$ (যিহেতু $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$)

সমীকৰণ (10.22) ৰ পৰা;

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \epsilon_0 \mu_0 \vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{E})$$

$$\Rightarrow \nabla^2 B = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow \nabla^2 B = \epsilon_0 \mu_0 \left(\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}\right) \quad \text{------} \quad (10.23)$$

Scanned by CamScanner

আমি জানো, $\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = \vec{\nabla}.(\vec{\nabla}.\vec{E}) - \nabla^2\vec{E}$

$$= -\nabla^2\vec{E} \quad (\text{যিহেতু } \vec{\nabla}.\vec{E}=0)$$

সমীকৰণ (10.20) ৰ পৰা পাওঁ,

$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$$

$$\therefore \vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = -\vec{\nabla}\times\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\Rightarrow -\nabla^2\vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{B})$$

$$\Rightarrow \nabla^2\vec{E} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0\vec{J} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow \nabla^2\vec{E} = \mu_0\epsilon_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{-------- (10.24)}$$

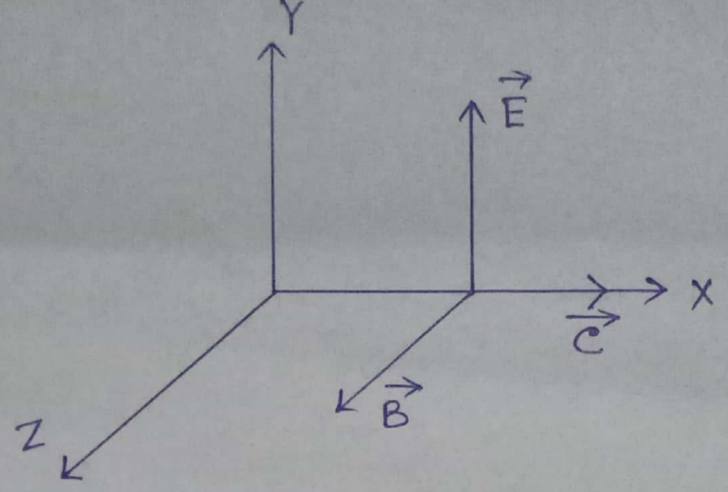
সমীকৰণ (10.23) আৰু (10.24) ৰ পৰা সাধাৰণ তৰংগ সমীকৰণৰ সৈতে একে।

$$\nabla^2\psi = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} \quad \text{.......... (10.25)}$$

সমীকৰণ দুটাৰ পৰা বেগৰ মান তুলনা কৰিলে, বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগৰ বেগৰ মান $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} = 2.99\times10^8 m/s$ শূন্য মাধ্যমত পোহৰৰ বেগৰ মানৰ সৈতে সমান পোৱা যায়; অৰ্থাৎ পোহৰ বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগ আৰু ই মাধ্যম অবিহনে গতি কৰিব পাৰে।

আমি জানো যে $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ পৰস্পৰ লম্ব, গতিকে তৰংগটোৰ গতিৰ দিশ যদি x অক্ষ হয় তেন্তে $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ ৰ দিশ $\vec{Y}$ আৰু $\vec{Z}$ ৰ দিশত হ'ব (পৰস্পৰ লম্ব $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ ৰ দিশ যাদৃচ্ছিক হ'ব পাৰে)। চিত্ৰ 10.3

Scanned by CamScanner



চিত্ৰ 10.3

পৰাবৈদ্যুতিক মাধ্যমত বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগ (ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION IN DIELECTRICS)

অপৰিবাহী পৰাবৈদ্যুতিক মাধ্যমত,

(i) $J = \sigma E = 0$

(ii) $\rho = 0$

গতিকে মেক্সৱেলৰ সমীকৰণবোৰৰ ৰূপ হ'ব,

$$\nabla . \vec{E} = 0 \quad \text{.............} \quad (10.26)$$

$$\nabla . \vec{B} = 0 \quad \text{.............} \quad (10.27)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \epsilon \mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{.............} \quad (10.28)$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{.............} \quad (10.29)$$

সমীকৰণ (10.28) ৰ curl ললে পাওঁ,

$$\nabla \times (\nabla \times B) = \mu \epsilon \, \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

$$\Rightarrow \nabla (\nabla . B) - \nabla^2 B = \mu \epsilon \frac{\partial}{\partial t} (\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad \text{.............} \quad (10.30)$$

$$\Rightarrow - \nabla^2 B = - \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$$

Scanned by CamScanner

$$\therefore \quad \nabla^2 \vec{B} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0$$

$$\text{বা,} \quad \nabla^2 \vec{B} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0 \quad \text{----------} (10.31)$$

ইয়াত $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ হৈছে তৰংগৰ বেগ।

সমীকৰণ (10.31) হৈছে $\vec{B}$ ৰ তৰংগ সমীকৰণ।

আকৌ সমীকৰণ (10.29) ৰ curl ললে পাওঁ,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \nabla \times \left(-\frac{\partial B}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}(\vec{\nabla}.\vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 E = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu\epsilon \frac{\partial E}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow -\nabla^2 \vec{E} = -\mu\epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\therefore \nabla^2 E - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad \text{----------} (10.32)$$

সমীকৰণ (10.32) হৈছে $\vec{E}$ ৰ তৰংগ সমীকৰণ। একেদৰে ইয়াত $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}$ হৈছে বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগৰ পৰাবৈদ্যুতিক মাধ্যমত বেগ।

দেখা যায় যে বিদ্যুতচুম্বকীয় তৰংগৰ বেগ, মুক্ত অঞ্চলতকৈ পৰাবৈদ্যুতিক মাধ্যমত কম। যি কোনো মাধ্যমত, $\mu = \mu_0 \mu_r$

ইয়াত μ_0 মুক্ত বা বায়ুশূন্য স্থানৰ চুম্বকীয় প্ৰৱেশ্যতা

Scanned by CamScanner

আৰু μ_r মাধ্যমৰ আপেক্ষিক প্ৰবেশ্যতা, আৰো
$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ য'ত ϵ_0 মুক্ত স্থানৰ বিদ্যুত প্ৰবেশ্যতা
আৰু ϵ_r মাধ্যমৰ আপেক্ষিক প্ৰবেশ্যতা।

$$\therefore v = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_r \mu_0 \epsilon_r \epsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \frac{1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

$$= \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}}$$

(ইয়াত c বায়ুশূন্য স্থানত পোহৰৰ বেগ।)

যিহেতু $\epsilon_r > 1$ আৰু $\mu_r > 1$, গতিকে $c > v$

বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগৰ $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ অনুপ্ৰস্থ (TRANSVERSE NATURE OF E-M WAVE) :

বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগৰ, তৰংগ সমীকৰণ হ'ল,

$$\nabla^2 B - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad \text{.........} (10.33)$$

আৰু
$$\nabla^2 E - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0 \quad \text{.........} (10.34)$$

ধৰা হ'ল তৰংগটো z দিশত অগ্ৰসৰ হৈছে। গতিকে,

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0, \quad \nabla = \hat{k} \frac{\partial}{\partial z} \text{ আৰু } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

ইয়াত $\hat{k}$ হৈছে z অক্ষৰ দিশত একক ভেক্টৰ।

সমীকৰণ (10.33) আৰু (10.34) ৰ পৰা পাওঁ,

$$\frac{\partial^2 B}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

যদি তৰংগটোৰ কৌণিক বেগ ω হয়, তেন্তে আমি লিখিব পাৰো,

$$\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - Kz)}$$

$$\vec{B} = B_0 e^{j(\omega t - Kz)}$$

(ইয়াত $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ = তৰংগ সংখ্যা)

$$\therefore \frac{\partial E}{\partial z} = -jKE_0 e^{j(\omega t - Kz)}$$
$$= -jK\vec{E}$$

আৰু $\frac{\partial E}{\partial t} = j\omega E_0 e^{j(\omega t - Kz)}$
$$= j\omega\vec{E}$$

এতিয়া, $\vec{\nabla}.\vec{E} = 0$ (মেক্সৱেলৰ সমীকৰণৰ পৰা)

$$\Rightarrow \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}.\vec{E} = 0 \quad \left(\because \vec{\nabla} = \hat{k}\frac{\partial}{\partial z}\right)$$

$$\Rightarrow -\hat{k}\,jK.\vec{E} = 0 \quad \left(\because \frac{\partial}{\partial z} = -jK\right)$$

$$\therefore \hat{k}.\vec{E} = 0$$

অৰ্থাৎ, $\hat{k}$ আৰু $\vec{E}$ পৰস্পৰ লম্ব। গতিকে $\vec{E}$ ৰ কোনো উপাংশ $\vec{z}$ অক্ষৰ দিশত নাথাকে।

Scanned by CamScanner

১৫

একেদরে, $\vec{\nabla}.\vec{B}=0$ ৰ পৰা দেখাব পাৰি যে,

$$\hat{k}.\vec{B}=0$$

গতিকে $\hat{k}$ আৰু $\vec{B}$ ও পৰস্পৰ লম্ব, অৰ্থাৎ $\vec{B}$ ৰ উপাংশও z অক্ষৰ দিশত নাথাকে।

আকৌ আমি জানো যে,

$$\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\epsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\Rightarrow\vec{\nabla}\times\vec{B}=j\omega\mu_0\epsilon_0 E \quad \left(\because \frac{\partial}{\partial t}=j\omega\right)$$

আৰু $$\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$\Rightarrow\nabla\times\vec{E}=-j\omega B \quad \left(\nabla=\hat{k}\frac{\partial}{\partial z}=-jk\hat{k}\right)$$

গতিকে ওপৰৰ মেক্সৱেলৰ সমীকৰণ দুটাৰ ৰূপ হ'ব,

$$-jk\hat{k}\times B=j\omega\mu_0\epsilon_0 E \quad \text{--------------} (10.35)$$

আৰু $$-jk\hat{k}\times E=-j\omega B \quad \text{-----------} (10.36)$$

সমীকৰণ (10.35) এ নিৰ্দেশ কৰে যে $\vec{E}$, $\hat{k}$ (z অক্ষৰ দিশ) আৰু $\vec{B}$ ৰ লম্ব আৰু সমীকৰণ (10.36) এ নিৰ্দেশ কৰে যে $\vec{B}$, $\hat{k}$ আৰু $\vec{E}$ ৰ লম্ব। গতিকে আমি যদি $\vec{E}$, x অক্ষৰ দিশত থকা বুলি ধৰো তেন্তে y আৰু z অক্ষৰ দিশত $\vec{E}$ ৰ কোনো উপাংশ নাথাকে।

$$\vec{E}=\hat{i}E_x \text{ আৰু } E_y=E_z=0$$

এতিয়া $\vec{B}$ ৰ দিশ কেৱল y অক্ষৰ দিশত থাকিব।

গতিকে, $B = \hat{j} B_y$ আৰু $B_x = B_z = 0$

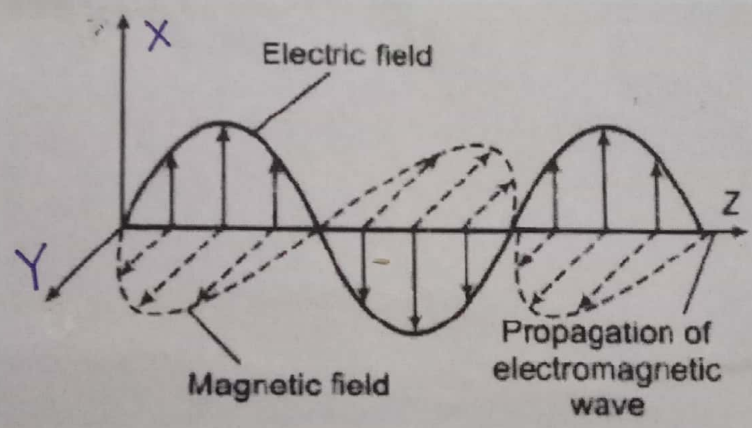
অৰ্থাৎ, $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ ৰ দিশ পৰস্পৰ লম্ব।

এতিয়া সমীকৰণ (10.35) আৰু (10.36) ৰ পৰা লিখিব পাৰি,

$$\vec{E} = \hat{i} E_0 e^{j(\omega t - kz)}$$

$$\vec{B} = \hat{j} B_0 e^{j(\omega t - kz)}$$

ইয়াত $\hat{i}$ আৰু $\hat{j}$ হৈছে ক্ৰমে x আৰু y অক্ষৰ দিশত একক ভেক্টৰ। চিত্ৰ 10.4 ত তৰংগৰ গতি Z অক্ষত আৰু $\vec{E}$ আৰু $\vec{B}$ ৰ দিশ পৰস্পৰ লম্ব দিশত দেখুওৱা হৈছে।



চিত্ৰ 10.4

পইনটিং ভেক্টৰ (POYNTING VECTOR): বিদ্যুত চুম্বকীয় তৰংগৰ গতিৰ লম্বভাৱে থকা এখন সমতলৰ প্ৰতি একক ক্ষেত্ৰৰ মাজেৰে যি হাৰত শক্তি সঞ্চাৰিত হয় তাকে পইনটিং ভেক্টৰ, $\vec{P}$ ৰে নিৰ্দেশ কৰা হয়। এই উক্তিটোক পইনটিং ৰ উপপাদ্য (POYNTING'S THEOREM) বোলে।

পইনটিং ভেক্টৰ, $\vec{P} = \vec{E} \times \vec{H}$ আৰু ইয়াক বিজ্ঞানী জে. এইচ. পইনটিং (J.H. POYNTING) ৰ নামেৰে নামাকৰণ কৰা হৈছে

Scanned by CamScanner