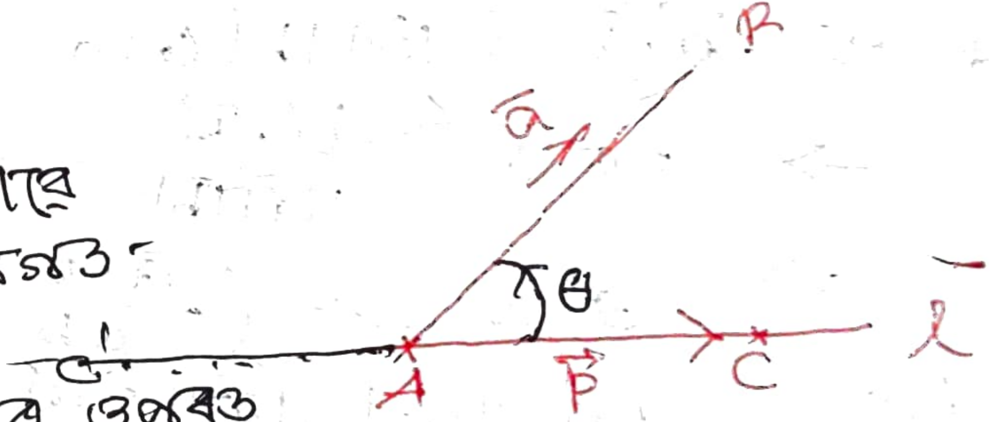
প্ৰক্ষেপ (Projection)

ধৰাহ'ল $\vec{AB}$ ভেক্টৰটোৱে l ৰেখাডালৰ ধনদিশৰ লগত θ কোণ কৰি আছে।



এনেক্ষেত্ৰত l ৰেখাৰ ওপৰত $\vec{AB}$ ভেক্টৰৰ প্ৰক্ষেপ এটা ভেক্টৰ ৰাশি যাৰ মান $|\vec{AB}|\cos\theta$ আৰু দিশ l ৰেখাডালৰ সমান্তৰাল।

$\cos\theta$ ৰ মানৰ ওপৰত নিৰ্ভৰ ৰেখাডালৰ দিশ (চিত্ৰ) পৰস্পৰ বিপৰীত হ'ব পাৰে (চিত্ৰত $\vec{AC}$ অথবা $\vec{AC'}$ দিশও হ'ব পাৰে).

Q.1. $i-2j+3k$ আৰু $3i-2j+k$ ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ উলিওৱা।

Solⁿ. ধৰাহওক $\vec{a} = i-2j+3k$

$\vec{b} = 3i-2j+k$

আৰু ভেক্টৰ দুটাৰ মাজৰ কোণ θ.

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|}$$

$$= \frac{(i-2j+3k)\cdot(3i-2j+k)}{\sqrt{1^2+(-2)^2+3^2}\,\sqrt{3^2+(-2)^2+1^2}}$$

$$= \frac{1\times3+2\times2+3\times1}{\sqrt{14}\,\sqrt{14}}$$

$$= \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

$$\therefore \theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{7}\right)$$

—x—

Q2. $|\vec{a}|$ আৰু $|\vec{b}|$ ৰ উলিওৱা যদি সিহঁতৰ মাজৰ কোণ 60° ~~উলিওৱা~~ আৰু $\vec{a}\cdot\vec{b}=8$, $|\vec{a}|=|\vec{b}|$

Solⁿ. $\vec{a}\cdot\vec{b}=8$

$\Rightarrow ab\cos60^\circ=8$

$\Rightarrow |\vec{a}|^2\times\frac{1}{2}=8$

$\Rightarrow |\vec{a}|^2=16$

$\Rightarrow |\vec{a}|=|\vec{b}|=4$.

Q3. If $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ তিনিটা একক ভেক্টৰ যাতে $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$, $\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ উলিওৱা।

Solⁿ. আমি পাওঁ

$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$

$\Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=0$

$\Rightarrow |\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|^2=0$

$\Rightarrow (\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})\cdot(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})=0$

$\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{a}+\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{a}+\vec{b}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}$
$+\vec{c}\cdot\vec{a}+\vec{c}\cdot\vec{b}+\vec{c}\cdot\vec{c}=0$

$\Rightarrow |\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+|\vec{c}|^2+2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=0$

$\Rightarrow 1+1+1+2(\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a})=0$

$\Rightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}=-\frac{3}{2}$

Q. $i-j$ ভেক্টৰে $i+j$ ভেক্টৰৰ ওপৰত কৰা প্ৰক্ষেপ উলিওৱা।

Sol^n $(i-j)\cdot(i+j) = i\cdot i + i\cdot j - j\cdot i - j\cdot j$

$= i^2 - j^2$

$= 1 - 1$

$= 0$

Ans.

Q. দেখুওৱা যে $\frac{1}{7}(2i+3j+6k)$, $\frac{1}{7}(3i-6j+2k)$, $\frac{1}{7}(6i+2j-3k)$ ভেক্টৰ তিনিটা একক ভেক্টৰ আৰু ইহঁত পৰস্পৰে পৰস্পৰৰ লগত লম্ব।

Sol^n. ভেক্টৰ কেইটাৰ মান

$|\bar{a}| = \left|\frac{2i+3j+6k}{7}\right| = \frac{\sqrt{4+9+36}}{7} = \frac{7}{7} = 1$

12 $|\bar{b}| = \left|\frac{3i-6j+2k}{7}\right| = \frac{\sqrt{9+36+4}}{7} = \frac{7}{7} = 1$

$|\bar{c}| = \left|\frac{6i+2j-3k}{7}\right| = \frac{\sqrt{49}}{7} = \frac{7}{7} = 1$

$\therefore$ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ ভেক্টৰ তিনিটাৰ মান একক। গতিকে ইহঁত একক ভেক্টৰ।

দ্বিতীয় অংশ : $\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}| \cos\theta$.

$\Rightarrow \cos\theta = \vec{a}\cdot\vec{b}$ $\quad (\because |\vec{a}| = 1 = |\vec{b}|)$

$= \frac{1}{7}(2i+3j+6k) \cdot \frac{1}{7}(3i-6j+2k)$

$= \frac{1}{49}(2\times 3 - 18 + 6\times 2)$

$= \frac{1}{49} \times 0 = 0$.

$= \cos 90^\circ$.

$\therefore$ $\theta = 90^\circ$. অৰ্থাৎ ৰেখা দুডাল পৰস্পৰৰ লম্ব।

একেদৰে দেখুৱাব পাৰি যে $\vec{a}\cdot\vec{c} = \vec{b}\cdot\vec{c} = 0$.

Q. দেখুওৱা যে $2i-j+k$, $i-3j-5k$, আৰু $3i-4j-4k$ ভেক্টৰ তিনিটা এটা সমকোণী ত্ৰিভুজৰ শীৰ্ষবিন্দু।

Sol^n ইয়াত $\bar{a} = 2i-j+k$, $\bar{b} = i-3j-5k$

$\bar{c} = 3i-4j-4k$. ক

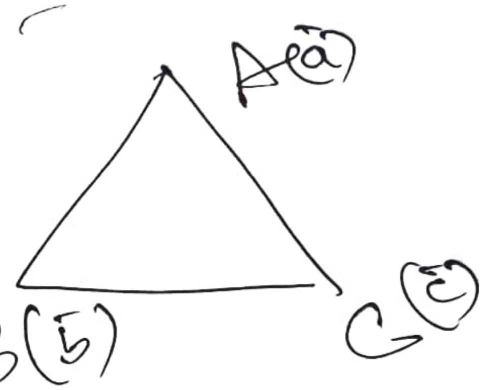
A, B আৰু C বিন্দুৰ P.V হিচাপে লোৱা হওঁক।

প্ৰক্ৰিয়া ~~$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overline{AB}$~~

$$\vec{AB} = \vec{b} - \vec{a}$$
$$= (1-2)i + (-3+1)j + (-5-1)k$$
$$= -i - 2j - 6k.$$

এনেদৰে -

$$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b}$$
$$= 2i - j + k$$
$$\vec{CA} = \vec{a} - \vec{c}$$
$$= -i + 3j + 5k$$



এতিয়া $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}$

$$= 2i - j + k$$
$$-i - 2j - 6k$$
$$-i + 3j + 5k$$
$$= 0i + 0i + 0k$$
$$= \vec{0}$$

∴ ABC এটা ত্ৰিভুজ।

দ্বিতীয় খণ্ড :: সমকোণী ত্ৰিভুজ হ'ব লাগিলে AB, BC আৰু CA, বাহুকেইটাই (i) পাইথাগোৰাচৰ সংজ্ঞা পূৰণ কৰিব লাগিব অথবা (ii) $\vec{AB}\cdot\vec{BC}$, $\vec{BC}\cdot\vec{CA}$, আৰু $\vec{CA}\cdot\vec{AB}$ ৰ কোনো এটা শূন্য হ'ব লাগিব।

প্ৰথমতে পাইথাগোৰাচৰ সূত্ৰ চোৱা যাওক:

ইয়াত $AB = |\vec{AB}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 6^2} = \sqrt{41}$

$BC = |\vec{BC}| = \sqrt{1+9+25} = \sqrt{35}$

$CA = |\vec{CA}| = \sqrt{4+1+1} = \sqrt{6}$

$\therefore AB^2 = BC^2 + CA^2$

দ্বিতীয়তে, ডট পূৰণৰ নিয়মতে চোৱা যাওক।

ইয়াত $\vec{AB}\cdot\vec{BC} = (-i-2j-6k)\cdot(2i-j+k)$

$$= -2+2-6 \neq 0$$

$$\vec{AB}\cdot\vec{CA} = (-i-2j-6k)\cdot(-i-3j+5k)$$
$$= 1+6-30 \neq 0$$

কিন্তু, $\vec{BC}\cdot\vec{CA} = (-i+3j+5k)\cdot(2i-j+k)$ ~~$(-i-2j-6k)$~~

$$= -2-3+5$$
$$= 0$$