(সমতল) (Plane)

Defn: এখন তলক সমতল বুলি কোৱা হয় যদি ইয়াৰ ওপৰত থকা যিকোনো দুটা বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ প্ৰতিটো বিন্দুৱেই তলখনৰ ওপৰত থাকে।

[A plane is a surface such that if any two points are taken on it, the line segment joining them lies completely on the surface]

সমতলৰ সমীকৰণ :-

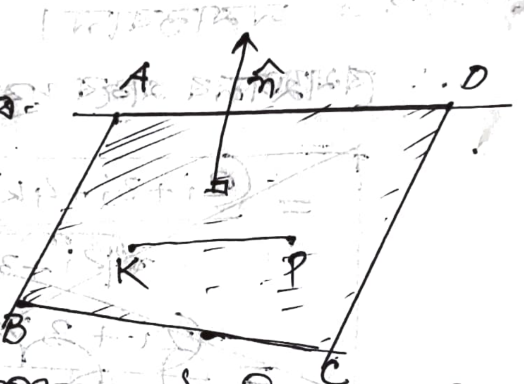
(I) সমতল এখনৰ অভিলম্ব আকাৰৰ সমীকৰণ (equation of a plane in normal form)

নাইবা-

(a) $\vec{r}\cdot\hat{n}=d$ আহিঁৰ সমীকৰণ

(b) $lx+my+nz=d$ আহিঁৰ সমীকৰণ

Soln: ধৰা হ'ল ABCD সমতলখনৰ ওপৰত $K(\vec{k})$ যিকোনো এটা বিন্দুৰ অৱস্থান ভেক্টৰ $\vec{k}$. ধৰা হ'ল $\hat{n}$ ভেক্টৰটো ABCD সমতলৰ লম্বভাৱে থকা এটা একক ভেক্টৰ।



সমতলৰ ওপৰত যিকোনো এটা বিন্দু $P(\vec{r})$ লোৱা হ'ল। গতিকে $\vec{KP}$ ভেক্টৰটো তলখনৰ ওপৰত থাকিব।

∴ $\hat{n}$ ভেক্টৰটো $\vec{KP}$ ৰ লম্ব ভাৱে থাকিব।

$$\therefore \vec{KP}\cdot\hat{n}=0$$

$$\Rightarrow (\vec{r}-\vec{k})\cdot\hat{n}=0$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot\hat{n}-\vec{k}\cdot\hat{n}=0$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot\hat{n}=\vec{k}\cdot\hat{n}$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot\hat{n}=d$$; এইটোৱেই ভেক্টৰ আকাৰ সমীকৰণ

Note 1. ধৰা হ'ল K বিন্দুৰ স্থানাংক (x_1, y_1, z_1) আৰু

$$\hat{n}_1 = li + mj + nk.$$

$$\vec{r} = xi + yj + zk.$$

গতিকে ভেক্টৰ সমীকৰণটোত এই মান বহুৱাই পাওঁ $(xi+yj+zk)\cdot(li+mj+nk)=d$

$$\Rightarrow lx+my+nz=d.$$

ধৰা হওক যে ইয়াত l, m, n হ'ল $\hat{n}$ৰ দিশাংক (d.c).

Note2. লম্ব ভাবে থকা ভেক্টৰটো আমি $\hat{n} = li + mj + nk$ লৈছো যত l, m, n হ'ল $\hat{n}$ৰ দিশাংক। আমি $\hat{n}$ৰ সলনি $\vec{n} = ai + bj + ck$ লব পাৰো যত a, b, c হ'ল $\vec{n}$ ভেক্টৰটোৰ দিশানুপাত।

এনে ক্ষেত্ৰত সমীকৰণটোৰ ভেক্টৰ ৰূপ হ'ব:

$$\vec{r} \cdot \vec{n} = D \text{ . , } D \text{ এটা ধ্ৰুৱক।}$$

আৰু কাৰ্টেজীয় ৰূপ হ'ব.

$$(xi + yj + zk) \cdot (ai + bj + ck) = D$$

$$\Rightarrow \quad ax + by + cz = D.$$

— x —

Q. এনে সমতল $\vec{a} = 2i + 3j - 4k$ অৱস্থান ভেক্টৰ বিশিষ্ট বিন্দুৰে যায় আৰু $\vec{n} = 2i - j + 2k$ ভেক্টৰৰ লম্বভাবে অৱস্থান কৰে। সমীকৰণ উলিওৱা.

Soln সমতলখনৰ সমীকৰণ

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot \vec{n} = 0$$

$$\Rightarrow \{(xi + yj + zk) - (2i + 3j - 4k)\} \cdot (2i - j + 2k) = 0$$

$$\Rightarrow \{(x-2)i + (y-3)j + (z+4)k\} \cdot (2i - j + 2k) = 0$$

$$\Rightarrow 2(x-2) - (y-3) + 2(z+4) = 0$$

$$\Rightarrow 2x - y + 2z - 4 + 3 + 8 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - y + 2z = -7 \quad \text{Answer}$$

বা ভেক্টৰ ৰূপ: সমতলখনৰ সমীকৰণ $\vec{r} \cdot \vec{n} = \vec{a} \cdot \vec{n}$;

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (2i - j + 2k) = (2i + 3j - 4k) \cdot (2i - j + 2k)$$

$$= 4 - 3 - 8$$

$$\Rightarrow \vec{r} \cdot (2i - j + 2k) = -7 \quad \text{Answer.}$$

Q. এনে সমতল $(3,4,-1)$ আৰু $(2,-1,5)$ সংযোগী ৰেখাৰ লম্ব ভাবে থকা আৰু $(3,-3,1)$ ৰ মাজেৰে যোৱা সমতলৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Soln. ইয়াত সমতল খন $A(3,-3,1)$ ৰে যায় আৰু ই $C(3,4,-1)$ আৰু $D(2,-1,5)$ সংযোগী ৰেখাৰ সমান্তৰাল)

$$\therefore \vec{a} = 3i - 3j + k$$

$$\vec{n} = \vec{CD} = (2i - j + 5k) - (3i + 4j - k)$$

$$= -i - 5j + 6k$$

Now, সমতলৰ সমীকৰণ হ'ব

$$\vec{r}\cdot\vec{n} = \vec{a}\cdot\vec{n}$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-i-5j+6k) = (3i-3j+k)\cdot(-i-5j+6k)$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-i-5j+6k) = -3+15+6$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-i-5j+6k) = 18$$

এইটোৱেই উলিয়াব লগা সমতলৰ ভেক্টৰ সমীকৰণ।

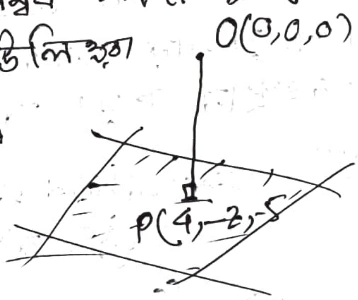
কাৰ্টেজীয় ৰূপ: $\vec{r} = xi+yj+zk$ বহুৱালে,

$$(xi+yj+zk)\cdot(-i-5j+6k) = 18$$

$$\Rightarrow -x-5y+6z = 18$$

$$\Rightarrow x+5y-6z+18 = 0 \quad \text{Ans.}$$

Q. মূল বিন্দুৰ পৰা সমতললৈ টনা লম্বৰ পাদবিন্দু (foot) (4, -2, -5). সমতলৰ সমীকৰণ উলিওৱা



Soln. ৰেখাডালে (4, -2, -5) বিন্দুৰে যায় তাৰ $\vec{OP}$ ভেক্টৰৰ লম্ব।

Let $\vec{a} = 4i-2j-5k$

আৰু $\vec{n} = \vec{OP} = 4i-2j-5k$.

২। ∴ সমতলখনৰ সমীকৰণ $\vec{r}\cdot\vec{n} = \vec{a}\cdot\vec{n}$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(4i-2j-5k) = (4i-2j-5k)\cdot(4i-2j-5k)$$

$$= 16+4+25$$

$$= 45$$

এইটো উলিয়াব লগা ভেক্টৰ সমীকৰণ।

কাৰ্টেজীয় ৰূপ:- $\vec{r} = xi+yj+zk$ বহুৱালে

$$(xi+yj+zk)\cdot(4i-2j-5k) = 45$$

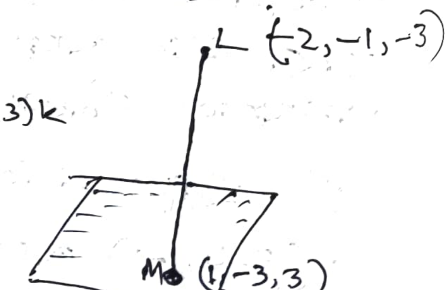
$$\Rightarrow 4x-2y-5z = 45 \quad \text{Answer.}$$

Q. L(-2, -1, -3) বিন্দুটোৰ পৰা সমতলৰ M(1, -3, 3) বিন্দুলৈ টনা ৰেখাডাল সমতলৰ লগত 90° কোণ কৰি থাকিলে, সমতলখনৰ সমীকৰণ উলিওৱা

ইয়াত $\vec{a} = i-3j+3k$

$$\vec{n} = \vec{LM} = (1+2)i+(-3+1)j+(3+3)k$$

$$= 3i-2j+6k.$$



∴ ভেক্টৰ সমীকৰণ হ'ব

$$\vec{r}\cdot\vec{n} = \vec{a}\cdot\vec{n}$$

$$\Rightarrow \vec{r}\cdot(3i-2j+6k) = (i-3j+3k)\cdot(3i-2j+6k)$$

$$= 3+6+18$$

$$= 27$$

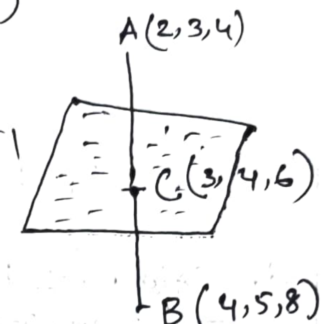
কাৰ্টেজীয় ৰূপ:

$$(xi+yj+zk)\cdot(3i-2j+6k)=27$$

$$\Rightarrow \quad 3x-2y+6z=27 \quad \text{Ans.}$$

Q. এনে সমতলৰ A(2,3,4) আৰু B(4,5,8) সংযোগী ৰেখা- খণ্ডক লম্বভাৱে সমদ্বিখণ্ডিত কৰে। সমতল খনৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Solⁿ AB ৰ মধ্যবিন্দু C ৰ স্থানাংক (3,4,6) আৰু ই সমতলৰ ওপৰত আছে।
প্ৰশ্নমতে AB ৰেখা সমতলৰ ওপৰত লম্ব।
গতিকে AC ৰেখাও সমতলৰ ওপৰত লম্ব।



$\vec{AC} = (3i+4j+6k) - (2i+3j+4k)$

ইয়াত $\vec a = 3i+4j+6k$

$\vec n = \vec{AC} = i+j+2k$

∴ ভেক্টৰ সমীকৰণ হ'ব

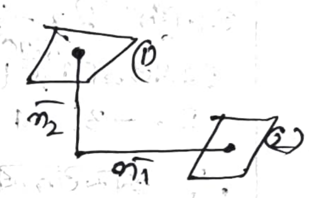
$$\vec r\cdot\vec n = \vec a\cdot\vec n$$

$$\Rightarrow \vec r\cdot(i+j+2k) = (3i+4j+6k)\cdot(i+j+2k)$$

$$\Rightarrow \vec r\cdot(i+j+2k) = 3+4+12$$

$$\Rightarrow \vec r\cdot(i+j+2k) = 19 \quad \#$$

কাৰ্টেজীয় সমীকৰণ হ'ব $x+y+2z=19$.



Q. দেখুওৱা যে $\vec r\cdot(i-j+k)=3$ আৰু
$\vec r\cdot(3i+2j-k)=-5$
সমতল দুখনৰ লম্ব (normal) দুডাল পৰস্পৰ লম্ব।

Solⁿ প্ৰথম সমীকৰণৰ অভিলম্ব : $\vec n_1 = i-j+k$
2য় সমতলৰ " : $\vec n_2 = 3i+2j-k$.

এতিয়া $\vec n_1\cdot\vec n_2 = (i-j+k)\cdot(3i+2j-k)$

$$= 3-2-1$$

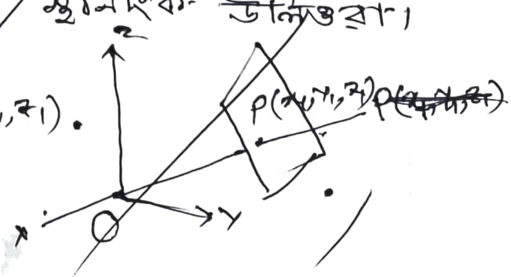
$$= 0$$

∴ $\vec n_1$ আৰু $\vec n_2$ পৰস্পৰ লম্ব। (ডট পূৰণৰ নিয়ম),

—x—

Q. ~~মূলবিন্দুৰ পৰা $2x-3y+4z-6=0$ সমতললৈ টনা~~ ~~সমতল মূলবিন্দুৰ~~ লম্বডালৰ পাদবিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।

সমাধান: ধৰা হ'ল মূলবিন্দুৰ পৰা সমতললৈ টনা লম্বডালৰ পাদবিন্দু $P(x_1,y_1,z_1)$.



~~প্ৰশ্নমতে,~~

ইয়াত, $2x-3y+4z=6$

গতিকে সমতলখনৰ লম্বৰ দিশাত দিশানুপাত $2,-3,4$.

" " " " দিশাংক $\frac{2}{\sqrt{\;}}$

e. $\vec{r}\cdot(6i-3j-2k)+1=0$ সমতলৰ লম্বভাৱে থকা আৰু মূলবিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা একক ভেক্টৰ ডালৰ দিশাংক উলিওৱা।

Sol^n $\vec{r}\cdot(6i-3j-2k)=-1$

$\Rightarrow \vec{r}\cdot(-6i+3j+2k)=1$ —— (1)

এতিয়া $|-6i+3j+2k|=\sqrt{36+9+4}=7$.

(1) $\Rightarrow \vec{r}\cdot\left(-\frac{6}{7}i+\frac{3}{7}j+\frac{2}{7}k\right)=\frac{1}{7}$

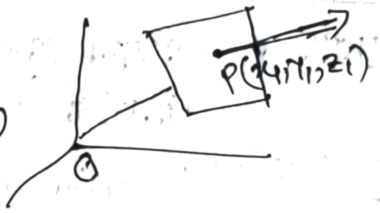
এইটো $\vec{r}\cdot\hat{n}=d$ আৰ্হিৰ সমীকৰণ।

$\Rightarrow \hat{n}=-\frac{6}{7}i+\frac{3}{7}j+\frac{2}{7}k$ এটা একক ভেক্টৰ যি সমতলৰ ওপৰত লম্ব আৰু মূলবিন্দুৰ মাজেৰে যায়।

$\therefore$ দিশাংকবোৰ $-\frac{6}{7},\frac{3}{7},\frac{2}{7}$.

Ex. মূলবিন্দুৰ মাজেৰে $2x-3y+4z-6=0$ সমতলৰ লম্বভাৱে থকা ৰেখাডালৰ পাদবিন্দুৰ স্থানাংক উলিওৱা।

Sol^n ধৰাহ'ল মূলবিন্দুৰ পৰা সমতলৰ ওপৰত টনা ৰেখাখণ্ড ডাল OP আৰু Pৰ স্থানাংক (x_1,y_1,z_1)



$\therefore$ OP ৰেখাৰ দিশানুপাত x_1,y_1,z_1.

সমতলখনৰ সমীকৰণ $2x-3y+4z=6$ —— (1)

$\therefore$ সমতলখনৰ অভিলম্বৰ দিশানুপাত $2,-3,4$

এতিয়া, $\sqrt{2^2+(-3)^2+4^2}=\sqrt{29}$.

$\therefore$ ~~সমতল~~ (1) $\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{29}}x-\frac{3}{\sqrt{29}}y+\frac{4}{\sqrt{29}}=\frac{6}{\sqrt{29}}$.

যত $\frac{2}{\sqrt{29}},\frac{-3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}$ হ'ল লম্বৰেখাডালৰ দিশাংক।

$\Rightarrow \frac{2}{\sqrt{29}},\frac{-3}{\sqrt{29}},\frac{4}{\sqrt{29}}$ হ'ল OPৰ দিশাংক।

প্ৰশ্নমতে, $\frac{x_1}{\frac{2}{\sqrt{29}}}=\frac{y_1}{\frac{-3}{\sqrt{29}}}=\frac{z_1}{\frac{4}{\sqrt{29}}}=k$ (ধৰোঁ)

$\Rightarrow x_1=\frac{2}{\sqrt{29}}k,\ y_1=\frac{-3k}{\sqrt{29}},\ z_1=\frac{4}{\sqrt{29}}k$

এতিয়া (x_1,y_1,z_1) সমতলত থকা বিন্দু।

$\therefore 2x_1-3y_1+4z_1=6$

$\Rightarrow 2\cdot\frac{2}{\sqrt{29}}k-3\cdot\left(-\frac{3k}{\sqrt{29}}\right)+4\cdot\left(\frac{4}{\sqrt{29}}\right)k=6$

$\Rightarrow k\left(\frac{4}{\sqrt{29}}+\frac{9}{\sqrt{29}}+\frac{16}{29}\right)=6$

$\Rightarrow k\cdot\sqrt{29}=6$

$\Rightarrow k = \frac{6}{\sqrt{29}}$

∴ পাদবিন্দু হ'ব $\left(\frac{12}{\sqrt{29}}, -\frac{18}{\sqrt{29}}, \frac{24}{29}\right)$. Ans.

Aliter

Note. পাদবিন্দুৰ স্থানাংক

যদি মূলবিন্দুৰ পৰা সমতলৰ দূৰত্ব d হয় আৰু l, m, n ইয়াৰ দিশাংক হয় তেন্তে পাদবিন্দুৰ স্থানাংক (ld, md, nd).

গতিকে, উপৰত্ত সমীকৰণত $d = 6$

$l = \frac{2}{\sqrt{29}}, m = \frac{-3}{\sqrt{29}}, n = \frac{4}{\sqrt{29}}$

∴ পাদ বিন্দু $\left(\frac{12}{\sqrt{29}}, \frac{-18}{\sqrt{29}}, \frac{24}{\sqrt{29}}\right)$. Ans.

Thm. এডাল ৰেখাৰ সমান্তৰালকৈ থকা আৰু এটা নিৰ্দিষ্ট বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাৰ সমীকৰণ;

24 Cartesian: ধৰাহ'ল সমতলখনৰ সমীকৰণ

$ax + by + cz + d = 0$ ——— (1)

আৰু ই (x_1, y_1, z_1) বিন্দুৰে যায়। ~~সমতলখনৰ সমীকৰণত উক্তিখন মানিব।~~

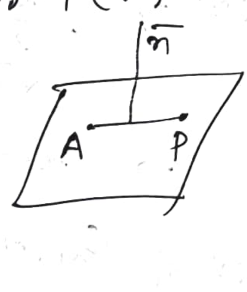
∴ $ax_1 + by_1 + cz_1 + d = 0$ ——— (2)

(1) − (2) $\Rightarrow a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$

এইটোৱেই সমতলখনৰ কাৰ্টেজীয় সমীকৰণ.

Vector form:

ধৰাহ'ল সমতলখন $A(\bar{a})$ বিন্দুৰে যায় আৰু ই $\bar{n}$ ভেক্টৰটোৰ ওপৰত লম্ব। ধৰাহওক $P(\bar{r})$ সমতলখনৰ যিকোনো বিন্দু।



গতিকে $\overrightarrow{AP}$ ভেক্টৰটো $\bar{n}$ ৰ লম্ব হয়।

∴ $\overline{AP} \cdot \bar{n} = 0$

$\Rightarrow (\bar{r} - \bar{a}) \cdot \bar{n} = 0$

এইটোৱেই ভেক্টৰ আকাৰ সমীকৰণ।

Ex. সমতল এখন $A(5,2,-4)$ বিন্দুৰে যায় আৰু ইয়াৰ ওপৰত থকা লম্বৰ দিশানুপাত $2, 3, -1$.
সমতল খনৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

Soln ধৰা হ'ল A বিন্দুৰ অৱস্থান ভেক্টৰ $\bar{a}$.

$\therefore \bar{a} = 5i + 2j - 4k$.

আৰু ধৰা হ'ল সমতলখন $\bar{n}$ ভেক্টৰৰ লম্বভাৱে থাকে।

$\therefore \bar{n} = 2i + 3j - k$.

$\therefore$ ভেক্টৰ সমীকৰণ হ'ব $(\bar{r} - \bar{a})\cdot\bar{n} = 0$ ~~হ'ব~~ হৈছে।

$$\Rightarrow \left[(xi + yj + zk) - (5i + 2j - 4k)\right]\cdot(2i + 3j - k) = 0$$

$$\Rightarrow \left[(x-5)i + (y-2)j + (z+4)k\right]\cdot(2i + 3j - k) = 0$$

$$\Rightarrow 2(x-5) + 3(y-2) + (-1)(z+4) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3y - z - 10 - 6 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3y - z = 20$$

এইটো কাৰ্টেজীয় আৰ্হি

Aliter: ইয়াত সমতলৰ বিন্দুটোৰ স্থানাংক $(5,2,-4)$

আৰু লম্বৰ দিশানুপাত $2, 3, -1$

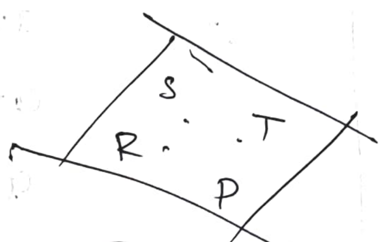
$\therefore$ সমতলৰ সমীকৰণ $a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$,

$$\Rightarrow 2(x-5) + 3(y-2) + (-1)(z+4) = 0$$

$$\Rightarrow 2x + 3y - z = 20 \quad \#$$

6.3 তিনিটা বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা সমতলৰ সমীকৰণ।

ধৰা হ'ল R, S, আৰু T সমতলত একে ৰেখাত নথকা তিনিটা বিন্দু আৰু সিহঁতৰ অৱস্থান ভেক্টৰ বোৰ ক্ৰমে $\bar{a}, \bar{b}$, আৰু $\bar{c}$।



~~ধৰা~~ ধৰো $P(\bar{r})$ সমতলৰ যিকোনো বিন্দু।
$\overrightarrow{RS}\times\overrightarrow{RT}$ ভেক্টৰটো সমতলৰ ওপৰত লম্ব ভাৱে থাকিব

$\therefore$ $\overrightarrow{RS}\times\overrightarrow{RT}$ ভেক্টৰটো সমতলৰ ওপৰত থাকিব। যদি আমি আৰু $\overrightarrow{PR}, \overrightarrow{PS}, \overrightarrow{PT}$ সমতলৰ ওপৰত থাকিব বিবেচনা কৰো তেন্তে $\overrightarrow{PR}$ আৰু $\overrightarrow{RS}\times\overrightarrow{RT}$ ভেক্টৰ দুটা

$$\overrightarrow{RP}\cdot(\overrightarrow{RS}\times\overrightarrow{RT}) = 0 \longrightarrow (*)$$

$$\Rightarrow (\bar{r} - \bar{a})\left[(\bar{b} - \bar{a})\times(\bar{c} - \bar{a})\right] = 0$$

এইটোৱেই উলিয়াব লগা সমীকৰণ।

Cartesian form :-

ধৰো সমতলখন $R(x_1,y_1,z_1)$, $S(x_2,y_2,z_2)$ আৰু $T(x_3,y_3,z_3)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যায়। ধৰাহ'ল $P(x,y,z)$ সমতলৰ ওপৰৰ যিকোনো বিন্দু।

তেতিয়া ~~$\vec{RP} = (x_2-x_1)i + ($~~

$$\vec{RP} = (x-x_1)i + (y-y_1)j + (z-z_1)k$$
$$\vec{RS} = (x_2-x_1)i + (y_2-y_1)j + (z_2-z_1)k$$
$$\vec{RT} = (x_3-x_1)i + (y_3-y_1)j + (z_3-z_1)k$$

(*) সমীকৰণত এই মান সমূহ বহুৱালে পাম

$$\vec{RP}\cdot(\vec{RS}\times\vec{RT}) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1 \end{vmatrix} = 0$$

এইটোৱেই উক্তিৰ লগা সমীকৰণ।

—×—

Aliter: ধৰাহ'ল সমতলখনৰ সমীকৰণ —

$$ax+by+cz+d=0 \quad \text{—— ①}$$

ই (x_1,y_1,z_1), (x_2,y_2,z_2) আৰু (x_3,y_3,z_3) ৰে যায়,

$$\therefore\ ax_1+by_1+cz_1+d=0 \quad \text{—— ②}$$
$$ax_2+by_2+cz_2+d=0 \quad \text{—— ③}$$
$$ax_3+by_3+cz_3+d=0 \quad \text{—— ④}$$

① & ② $\Rightarrow a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$ ⑤

① & ③ $\Rightarrow a(x-x_2)+b(y-y_2)+c(z-z_2)=0$ ⑥

① & ④ $\Rightarrow a(x-x_3)+b(y-y_3)+c(z-z_3)=0$ ⑦

⑤, ⑥, ⑦ ৰ পৰা a, b, c অপসাৰণ কৰিলে পাম

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x-x_2 & y-y_2 & z-z_2 \\ x-x_3 & y-y_3 & z-z_3 \end{vmatrix} = 0$$

~~Note: $a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)$~~

~~ধৰাহওক~~

27

Q. $A(2,2,-1)$, $B(3,4,2)$ আৰু $C(7,0,6)$ ৰ মাজেৰে যোৱা ~~সমতলৰ সমীকৰণ~~ সমতলৰ সমীকৰণ উলিওৱা।

উঃ আমি জানো যে এটা বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা সমতলৰ সমীকৰণ $a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$

সমতলখন $A(2,2,-1)$ ৰে যায়।

ধৰাহওক A বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা সমতলখনৰ সমীকৰণ $a(x-2)+b(y-2)+c(z+1)=0$ —— (1)

সমতলখন $B(3,4,2)$ আৰু $C(7,0,6)$ ৰ মাজেৰে যাব

যদি $a(3-2)+b(4-2)+c(2+1)=0$

বা, $a+2b+3c=0$ —— (2)

আৰু $a(7-2)+b(0-2)+c(6+1)=0$

বা $5a-2b+7c=0$ —— (3)

(2) & (3) $\Rightarrow \dfrac{a}{\begin{vmatrix}2 & 3\\ -2 & 7\end{vmatrix}} = \dfrac{-b}{\begin{vmatrix}1 & 3\\ 5 & 7\end{vmatrix}} = \dfrac{c}{\begin{vmatrix}1 & 2\\ 5 & -2\end{vmatrix}}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{14+6} = \dfrac{b}{15-7} = \dfrac{c}{-2-10}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{20} = \dfrac{b}{8} = \dfrac{c}{-12}$

$\Rightarrow \dfrac{a}{5} = \dfrac{b}{2} = \dfrac{c}{-3} = k$ (ধৰো)

$\Rightarrow \therefore a = 5k,\ b = 2k,\ c = -3k$

এই মান ① নং সমীকৰণত বহুৱালে পাওঁ

$$5k(x-2) + 2k(y-2) + (-3k)(z+1) = 0$$

$$\Rightarrow 5(x-2) + 2(y-2) - 3(z+1) = 0$$

$$\Rightarrow 5x + 2y - 3z = 17$$ Answer

<u>Aliter</u> উলিয়াব লগা সমীকৰণ-

$$\begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z+1 \\ 3-2 & 4-2 & 2+1 \\ 7-2 & 0-2 & 6+1 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{vmatrix} x-2 & y-2 & z+1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 5 & -2 & 7 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(14+6) - (y-2)(7-15) + (z+1)(-2-10) = 0$$

$$\Rightarrow 20(x-2) + 8(y-2) - 12(z+1) = 0$$

$$\Rightarrow 5(x-2) + 2(y-2) - 3(z+1) = 0$$

$$\Rightarrow 5x + 2y - 3z = 17$$ Ans

<u>Vector form</u> :- ধৰো A(2,2,-1), B(3,4,2) আৰু C(7,0,6) বিন্দুৰ অৱস্থান ভেক্টৰ ক্ৰমে $\bar{a}, \bar{b}$ আৰু $\bar{c}$.

$\therefore \bar{a} = 2i + 2j - k,\ \bar{b} = 3i + 4j + 2k,\ \bar{c} = 7i + 6k$.

ধৰো $P(\bar{r})$ সমতলৰ যিকোনো বিন্দু।

সূত্ৰমতে সমতলখনৰ সমীকৰণ হ'ব

$$\overrightarrow{AP} \cdot (\overline{AB} \times \overline{AC}) = 0$$

$$\Rightarrow (\bar{r} - \bar{a}) \cdot ((\bar{b} - \bar{a}) \times (\bar{c} - \bar{a})) = 0$$

$$\Rightarrow [\bar{r} - (2i + 2j - k)] \cdot [((3-2)i + (4-2)j + (2+1)k) \times ((7-2)i + (0-2)j + (6+1)k)] = 0$$

$$\Rightarrow [\bar{r} - (2i + 2j - k)] \cdot [(i + 2j + 3k) \times (5i - 2j + 7k)] = 0$$

Answer.