

18/6/2021

সম্ভাব্যতা

Probability

১) চর্চাধীন বা চর্চাসাপেক্ষ সম্ভাব্যতা
Conditional Probability

B ঘটনার প্রাকঘটন (আগতে সংঘটিত হৈছে) সাপেক্ষে A এর চর্চাসাপেক্ষ সম্ভাব্যতাক $P(\frac{A}{B})$ হিচাপে লিখা হয় যার সংজ্ঞা হল

$$P(\frac{A}{B}) = \frac{P(AB)}{P(B)} \quad \text{যদি } P(B) > 0.$$

একেছাড়া, $P(\frac{B}{A}) = \frac{P(AB)}{P(A)}$ যদি $P(A) > 0.$

Note: $P(AB)$ ক $P(A \cap B)$ হিচাপেও লিখিব পারি।

Ex: দুটা সন্ধান একসাথে পরিমাপ করলে পক্ষিদের মধ্যে একটা পরিমাপ যাদৃশ্যিকভাবে করা হলে মোট কতটা পরিমাপের সুযোগের সম্ভাব্যতা কত? ^(২১/২৩)

Sol: শিকড় চৌ-নং (৬) বা ছোয়ালী গুঁড়ের পাতে।

প্রতিদশ সমষ্টি- $S = \{bb, bg, gb, gg\}$

দুয়োজন পুর, $A = \{bb\}$

কমপক্ষে একটা নং হোয়াং- ঘটনা $B = \{bb, bg\}$

নং $B = \{bb, bg, gb\}$

প্রথম সন্ধান পুর হোয়াং ঘটনা

$C = \{bb, bg\}$

∴ দুয়োজন সন্ধান নং হোয়াং সম্ভাব্যতা

$$P(A) = \frac{1}{4}$$

এতিয়া $P(A)$ চৌ নং কমপক্ষে সন্ধান হোক

যদি পরিমাপ চৌ কমপক্ষে একটা পুর সন্ধান থাকে তবে দুয়োজন পুর সন্ধান হোয়াং সম্ভাব্যতা কত?

এই ক্ষেত্রে প্রতিদশ সমষ্টি- S হলে B ক প্রতিদশ সমষ্টি হিচাপে লব পাওয়া যায়। অর্থাৎ লিখিম $P(\frac{A}{B}) = \frac{1}{3}$ ॥

এতিয়া সংজ্ঞা প্রয়োগ করি $P(A/B)$ উল্লিখিত নং লব পাওয়া যায়।

ঘটনাবোৰ সমান সম্ভাৱিতাৰ বুলি ধৰি ল'লে

$$P(A) = \frac{1}{4}, P(B) = \frac{3}{4},$$

আৰু $P(AB)$ অৰ্থাৎ AB হ'ল কলমে সফল হ'ওঁ-
হোৱাৰ সম্ভাৱিতা $= \frac{1}{4}$

$$\because A \cap B = \{bb\} \cap \{bb, b8, 8b\} = \{bb\}$$

$$\therefore \text{সফল হ'লে } P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{3}$$

$$= \frac{1}{3}$$

মিঠো কলমকল পোনপটীয়া কৈ উলিওৱা-কলমকল
লৈগত একে।

More examples

Ex 1 3 টা সূতা উল্লেখন কৰা হ'ল। কমপক্ষে 3-
টো সূতা পোৱা যাব বুলি জনা থাকিলে,
অন্য ৩ টোত পুচ্ছ পোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Sol: ঘটনালৈ $S =$ সম্ভাৱ্য সম্বন্ধি-

$$= \{HHH, HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT\}$$

$(= 2^3 \text{ সংখ্যক})$

কমপক্ষে 3-টো সূতা পোৱাৰ-ঘটনা- (ভিন্নৰূপে পাব পাৰে)

$$E = \{HHT, HTH, THH, HHH\}$$

অন্য 3-টোত পুচ্ছ পোৱাৰ-ঘটনা-

$$F = \{TTH, THT, TTH, TTT\}$$

এতিয়া $E \cap F = \{TTH\}$

\therefore কমপক্ষে 3-টো সূতা পোৱা যাব বুলি
জনা থকাৰ-পাছত- অন্য 3-টো tail (T)
পোৱাৰ সম্ভাৱিতা-

$$P\left(\frac{F}{E}\right) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{1/8}{4/8}$$

$$= \frac{1}{4}$$

Ans.

০২একম. ছোট খেলক- 10 টি খেলকুই আছে। এটা খেলকুই
 জটীল 1 ব. পৰা দহলৈ দিয়া আছে। একম-খেলকুইক
 ছাত্ৰিকভাৱে বাচি লোৱা হ'ল। যদি নিৰ্দেশা আছে যে
 প্ৰথম তিনিজন খেলকুইক বাচিব নোৱাৰিব তেন্তে
 আমি বাচি লোৱা খেলকুইৰ সংখ্যা জটীল নম্বৰ 10 মুঠ
 হোৱাৰ সম্ভাৱনা কিমান? ২) অমুঠ হোৱাৰ সম্ভাৱনা কিমান।

Solⁿ ২মত-

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

ধৰা- A = ০ বাচি লোৱা জটীল নম্বৰটো- মুঠ

B = " " " " " " নিৰ্দেশকে বাচি।

C = " " " " " " অমুঠ

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

$$B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

∴ B সংঘটন হোৱা বুলি কিত-লে A ঘট-সম্ভাৱনা

$$P\left(\frac{A}{B}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

৬ তজিয়া, $P(B) = \frac{7}{10}$, $P(A \cap B) =$

$$A \cap B = \{4, 6, 8, 10\}$$

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{4}{10}$$

$$\therefore P(A/B) = \frac{4/10}{7/10} = \frac{4}{7} \text{ Ans.}$$

তেনেদৰে $P(C/B) = \frac{3/10}{7/10}$

$$(B \cap C = \{5, 7, 9\})$$

$$= \frac{3}{7} \text{ Ans}$$

* Exⁿ এটা বাৰত 5 টা বজা আৰু 3 টা ক'লা মাৰ্বল আছে। এটাৰ
 পাছত এটাকৈ 3 টা মাৰ্বল উলিয়াই অনা হ'ল (পুৰাৰ ঘূৰাই নিদিমাকৈ)
 প্ৰথম মাৰ্বলটো বজা বুলি জনিলে, তিষ্ঠা মাৰ্বলৰ
 কমান্বয়েও এটা মাৰ্বল ক'লা লোৱাৰ সম্ভাৱনা কিমান।

ধৰা A = প্ৰথম বাৰত- বজা বুলি লোৱাৰ ঘটনা

B = দিছৰ দুবাৰত কমান্বয়েও এটা ক'লা লোৱাৰ ঘটনা

Q3 এমন ঘটনাত- 60% ছাত্রই- অসমীয়া- বাতৰি পঢ়ে
 40% ছাত্রই- ইংৰাজী- বাতৰি পঢ়ে, 20% ছাত্রই দুয়োটা
 অসমীয়া বাতৰিকোন্ড পঢ়ে। এজন ছাত্র- বাচিলোবাহিন

- (1) ছাত্রজনে অসমীয়া কাকত পঢ়া বুলি জনিলে, তেও-
 ইংৰাজী- কাকত পঢ়াৰ- সম্ভাৱিতা- উলিওৱা।
- (2) ছাত্রজনে ইংৰাজী কাকত পঢ়া বুলি জনাওঁ পাছত তেও
 অসমীয়া কাকত পঢ়াৰ সম্ভাৱিতা- কিমান?
- (3) ছাত্রজনে অসমীয়া বা ইংৰাজী- একো কাকত-
 নপঢ়াৰ সম্ভাৱিতা- কিমান?

Solⁿ Let

A : ছাত্রজনে অসমীয়া পঢ়ে

E : " " ইংৰাজী "

\bar{A} :	"	অসমীয়া নপঢ়ে
\bar{E} :	"	ইংৰাজী নপঢ়ে

অনুসৰণত, $P(A) = \frac{60}{100}$, $P(E) = \frac{40}{100}$

$P(A \cap E) = \frac{20}{100}$

(i) উলিমাৰ লগা সম্ভাৱিতা = $P(E/A)$
 $= \frac{P(E \cap A)}{P(A)}$
 $= \frac{20/100}{60/100} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

(ii) উলিমাৰ লগা সম্ভাৱিতা = $P(A/E)$
 $= \frac{P(E \cap A)}{P(E)}$
 $= \frac{20/100}{40/100} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$

Q4 এটা কোম্পানীয়ে বিভিন্ন বস্তা- বন্দ বনাই। তাৰে 10% বন্দ
 বস্তা। এই বস্তা বন্দৰ- ভিতৰত আকৌ- 2% বেয়া।
 এটা বন্দ লোৱা হ'ল। বন্দৰে- বস্তা ~~কো~~ বুলি নিশিচ
 হ'লে এইবে- বেয়া হোৱাৰ- সম্ভাৱিতা- কিমান?

Solⁿ: ধরাহীন $R =$ বনচৌ-বড়া

$D =$ বনচৌ-কোয়া

ইসাত $P(R) = \frac{10}{100}$, $P(R \cap D) = P(\text{বনচৌ-বড়া আৰু কোয়া})$
 $= \frac{2}{100}$

$\therefore P\left(\frac{D}{R}\right) = P(\text{বনচৌ-বড়া বুলি জনা হোৱাৰ নাচত কোয়া হোৱা})$
 $= \frac{P(R \cap D)}{P(R)} = \frac{\frac{2}{100}}{\frac{10}{100}} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ Ans.}$

5) এটা মুছা মাহছিকভাৱে টচ কৰা হ'ল। টচত মুণ্ড (Head) প্ৰাপ্ত হ'লে আকোঁ এবাৰ টচ কৰা আৰু যদি পুছ (tail) ওলাই তেনেহলে এটা মুছুপুটি নিৰ্বেশ কৰা যদি প্ৰাপ্ত 8 (eight) টা মাহছিক কলাকল সমসামান্য হয় [Equally likely] তেনেহলে প্ৰথম টচত পুছ পোৱা-বুলি জনা থাকিলে মুছুপুটিৰে যে ^{৭ টাৰে ডাঙৰ} মুছুপুটিৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Solⁿ: ধরাহীন $F =$ প্ৰথম টচত পুছ (T) পোৱা হয়
 $E =$ মুছুৰ পৰা ৭ টাকৈ ডাঙৰ মুছুপুটি পোৱা হয়।

তেলে $E = \{(T, 5), (T, 6)\}$

$F = \{(T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)\}$

$E \cap F = \{(T, 5), (T, 6)\}$

$\therefore P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

6) এটা মুছা মাহছিকভাৱে টচ কৰা হ'ল। টচত মুণ্ড (H) প্ৰাপ্ত হ'লে আকোঁ এবাৰ টচ কৰা হয়। পুছ প্ৰাপ্ত হ'লে এটা মুছুপুটি নিৰ্বেশ কৰা হয়। যদি জনা থাকে যে কমপক্ষেও এবাৰ পুছ পোৱাটো নিশ্চিত, তেলে মুছুপুটিটোৰে ৭ টাকৈ ডাঙৰ মুছুপুটিৰ সম্ভাৱিতা-কিমান? প্রতিদ্বন্দ্বী সমষ্টি $S = \{(H, H), (H, T), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)\}$

Solⁿ: ধরাহীন $F =$ কমপক্ষেও এটা পুছ পোৱা হয়।
 $E =$ মুছুৰ পৰা ৭ টাকৈ ডাঙৰ মুছুপুটি পোৱা হয়।

তেলে $F = \{(H, T), (T, 1), (T, 2), (T, 3), (T, 4), (T, 5), (T, 6)\}$

$E = \{(T, 5), (T, 6)\}$

$$E \cap F = \{(T, 5), (T, 6)\}$$

$$\therefore P(E \cap F) = P(T, 5) + P(T, 6) = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

$$P(F) = P(H, T) + P(T, 1) + P(T, 2) + P(T, 3) + P(T, 4) + P(T, 5) + P(T, 6)$$

$$= P(H)P(T) + P(T) \cdot P(1) + P(T) \cdot P(2) + P(T) \cdot P(3) + P(T)P(4) + P(T)P(5) + P(T)P(6)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{6}{12}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{2}{4}$$

$$= \frac{3}{4}$$

$$\therefore P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{1/6}{3/4} =$$

Ex 7 এটা মুদ্রা দুবার টস করা হল। মুঠে $2^n = 4$ টা ফলাফল পাওয়া যায়। ফলাফল কেউটোক সম্ভাব্য বুলি ধরা যাক।
 ৬
 দুটক। যদি

A: H আৰু T দুফোৰিহি পোৱাৰ ঘটনা -

B: ~~ফলাফল~~ একাৰ T পোৱা ঘটনা -

তেকে $P(A)$, $P(B)$, $P(A/B)$ আৰু $P(B/A)$ উলিওৱা।

সোণ. স্থায় $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

$A = \{HT, TH\}$, $B = \{HH, HT, TH\}$

$$\therefore A \cap B = \{HT, TH\}$$

$$\text{অত্যা, } P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/2}{3/4} = \frac{2}{3}$$

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{1/2}{1/2} = 1$$

Q8. আমাৰ হাতত দুটা মৰাৰী আছে। এটা মৰাৰীত ৩টা পকা আৰু ৭টা ফেচা আম আছে। অন্যটো মৰাৰীত মকা-পকা আৰু ফেচা আমৰ সংখ্যা একে ৭ আৰু ২। এটা মৰাৰী-মাহুৰিৰে নিৰ্বাচন কাৰ্যি তাৰ পৰা এটা আম লোৱা হ'ল। আমটো-পকা। আঠমাত্ৰে প্ৰথম মৰাৰীৰ পৰা আমটো লোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

Solⁿ বিধান A: আমটো-পকা

B: প্ৰথম মৰাৰী-নিৰ্বাচনৰ ঘটনা,

C: দ্বিতীয় " " "

যিহেতু মুঠ মৰাৰীৰ সংখ্যা = 2.

$$\therefore P(B) = \frac{1}{2}; P(C) = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{আকৌ } P(A|C) &= \text{1st মৰাৰীটো-লৈ তাৰ পৰা পকা আম লোৱাৰ} \\ &= \text{1st মৰাৰীৰ পকা-পকা আম লোৱাৰ} \\ &= \frac{3}{9} \end{aligned}$$

[মিহেতু মুঠ আমৰ সংখ্যা = 9; পকা আমৰ সংখ্যা = 3]

Q9. এটা বুলি নিৰ্বেশন কৰি তাৰ পাছত এটা-লুপ্তপ্ৰতি নিৰ্বেশন কৰা হ'ল। H ওলোৱাৰ নিশ্চিত বুলি ধৰি হৈ লুপ্তপ্ৰতি-6 ওলোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান।

Solⁿ প্রতিদর্শ সমষ্টি $S = \{(H,1), (H,2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)\}$.

যিহেতু A = H (লোৱা ঘটনা) $A \cap B = \{(H,6)\}$.

B = 6 (লোৱা ঘটনা)

$$\therefore A = \{(H,1), (H,2), \dots, (H,6)\}, B = \{(H,6), (T,6)\}$$

$$\therefore P\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{12}}{\frac{6}{12}} = \frac{1}{6} \text{ Answer.}$$

Ex 10. 4 জনী ছোৱালী- আৰু 8 জনে নেৰাৰ বাজৰ পৰা ৭ জনীয়া দল এটা গঠন কৰা হ'ল। দলৰ সদস্যসকলৰ-এজন হ'লত মহিলা হ'ব লাগিব। দলটোত- ২ জনী মহিলা-হ'ব মকা এটা দল হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Solⁿ A = কাম-প্ৰস্তুত-এজনী মকা ঘটনা

B = দলটোত দুগৰাকী-ছোৱালী-মকা ঘটনা।

আমি উলিওৱাৰ লগে $P(B|A)$.

$$\text{আঠমাত্ৰে } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{{}^8C_4}{{}^{12}C_4} = 1 - \frac{70}{495} = \frac{85}{99}$$

মন কৰা: \bar{A} = এজনীও ছোৱালী-নহ'ল ঘটনা-অৰ্থাৎ-দলটোত-এজন ৭ জনে নেৰাৰে-গঠন কৰা-ঘটনা।

$$P(A \cap B) =$$

$\therefore A \cap B =$ সংসার পর ২ জন ছাত্রের পর ২ জন
 ক্রম দল গঠন - ঘটনা।

$$\therefore P(A \cap B) = \frac{{}^8C_2 \times {}^4C_2}{{}^{12}C_4} = \frac{8 \times 7 \times 4 \times 3}{495}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 8 \times 7 \times \frac{1}{2} \times 4 \times 3}{495} = \frac{4 \times 7 \times 2 \times 3}{495}$$

$$= \frac{56}{165}$$

$$\therefore P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{56}{165} \times \frac{33}{85}}{\frac{55}{5}} = \frac{138}{425} \quad \#$$