

বাণুলি প্রচেষ্টা (Bernoulli trials) :-

যাদৃচ্ছিক পরীক্ষার প্রচেষ্টাসমূহকে বাণুলি প্রচেষ্টা বোলা হয় যদি তলব চরুসমূহ মানি চলে

- (1) প্রচেষ্টার সংখ্যা সীমিত হয়।
- (2) প্রচেষ্টাসমূহ স্বতন্ত্র হয় (অর্থাৎ  $P(AB) = P(A)P(B)$ )
- (3) প্রতিটি প্রচেষ্টা ঠিক দুটো ফলাফল থাকে - সফলতা বা বিফলতা।
- (4) প্রতিটি প্রচেষ্টা সফলতা-র সম্ভাবিতা সমান।

Ex মুদ্রা <sup>10</sup>বাৰ এটা দিনমালে তৰ

- (1) প্রচেষ্টার সংখ্যা সীমিত (10)
- (2) প্রচেষ্টাসমূহ স্বতন্ত্র। (প্রথম বাৰ H ওলালে দ্বিতীয়বাৰে H ওলাবাত বাধা থাকে)
- (3) ফলাফল দুটা H নাহবা T
- (4)  $P(H) = \frac{1}{2} = P(T) = \frac{1}{2}$

৪৩

∴ মুদ্রা উল্লেখপূর্বক এটনবাটন এটা বাণুলি প্রচেষ্টা।

Ex অৰাথীৰ লৰা-বল লোৱা-ঘটনা এটা বাণুলি-প্রচেষ্টা-ৰূপে যদিহে-লোৱা-বল বাৰে বাৰে শু অৰাথীত সুৰাই-হোৱা-হয়। (পুনৰ্স্থাপন কৰা হয়)

দ্বিপদ বন্টন:

সংখ্যা:  $x$  এটা-যাদৃচ্ছিক-চলক যিয়ে  $n$ টা-বাণুলি-পরীক্ষাত সফলতাৰ সূচায়।  $x$  বাইল  $P$  একাণ্টো-এটা বাণুলি-পরীক্ষাত সফলতাৰ সম্ভাবিতা জাৰ  $q = 1 - p$ . (বিফলতাৰ সম্ভাবিতা)

∴  $x$  হৈ 0, 1, 2, 3, ...,  $n$  মানসমূহ ল'ব পাৰে আৰু প্রতিটি মান লোৱাৰ সম্ভাবিতা  $p^n$

$n$  সংখ্যক বাণুলি-প্রচেষ্টা অকা-পরীক্ষা-এটাৰ সম্ভাবিতা বন্টনটো  $(p+q)^n$  দ্বিপদ সূত্রৰ দ্বাৰা উলিয়াব পাৰা যায়। গতিকে  $x$  ৰ সফলতাৰ সংখ্যাৰ বন্টনটো এনেদৰে লিখিব পাৰা যায়:

$x :$	0	1	2	...	$x$	$n$
$P(x) :$	${}^n C_0 q^n$	${}^n C_1 q^{n-1} p$	${}^n C_2 q^{n-2} p^2$	...	${}^n C_x p^x q^{n-x}$	${}^n C_n p^n$

এইটো দ্বিপদ বন্টন। ইয়াক  $B(p, n)$  ৰে লিখা হয়। য'ত  $n$  জাৰ  $p$  দুটা প্ৰাচল।

ইহাও  $P(X=x) = P(x) = {}^n C_x p^x q^{n-x}$ ,  $x=0,1,2,\dots,n$ ,  $q=1-p$

$P(x)$  ক দ্বিপদ বন্টনৰ সম্ভাৱিতা ফলন বোলে। ফাৰ্মাট।  
 ২. বাণী-প্ৰাচেষ্টাৰ পৰা পাব পৰা- $x$  সংখ্যা-ক-  
 সফলতাৰ সংস্ৰতিক বুজায়।  
সম্ভাৱিতাক

উদাহৰণ: এটা লুডুগুটি ৬ বাৰ-চু কৰা হ'ল। অমুখ্য সংখ্যা  
 প্ৰাপ্ত হ'লে সফলতা ~~ক~~ বিবেচনা কৰা হ'ব। এতিয়া

- (i) ৫ সফলতা, (ii) কমেও ৫ সফলতা (iii) অতিবেছি ৫ সফলতা-
  - (iv) ফলেও এটা সফলতা তাম  $\cap$  (v) সফলতা-নোপাৰা  $\cup$
- ৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

So<sup>n</sup> বিবাহল  $p =$  অমুখ্য সংখ্যা-ৰ পোহাৰ  
 সম্ভাৱিতা.

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

আৰু  $q =$  অমুখ্য সংখ্যা নোপোৱা সম্ভাৱিতা-  
 $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

ধৰো  $x$  কে ৬টা প্ৰাচেষ্টা সফলতা-বুজাইছে  
 তেনহলে  $x$  দ্বিপদ বন্টনৰ প্ৰকৃতিত,  $n=6$ ,  $p=\frac{1}{2}$

$$\therefore P(X=x) = {}^6 C_x \left(\frac{1}{2}\right)^x \left(\frac{1}{2}\right)^{6-x}, \quad x=0,1,2,3,4,5,6.$$

$$= {}^6 C_x \left(\frac{1}{2}\right)^6 \quad x=0,1,2,3,4,5,6.$$

(i) ৫ সফলতাৰ সম্ভাৱিতা  $= P(X=5) = {}^6 C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{3}{32}$

(ii) কমেও ৫টা সফলতাৰ-সম্ভাৱিতা  
 $= P(X \geq 5)$   
 $= P(X=5) + P(X=6)$   
 $= {}^6 C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + {}^6 C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6$   
 $= (6+1) \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{7}{64}$

(iii) অতিবেছি ৫টা সফলতা-  
 $= P(X \leq 5)$   
 $= 1 - P(X > 5)$   
 $= 1 - P(X=6)$   
 $= 1 - {}^6 C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

(17) কমপক্ষেও অর্থাৎ সম্ভাব্য সম্ভাব্যতা

$$= P(X \geq 1)$$

$$= 1 - P(X=0)$$

$$= 1 - {}^6C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$$

(18) সম্ভাব্যতা বোঝার সম্ভাব্যতা

$$= P(X=0)$$

$$= {}^6C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{1}{64}$$

৭. এটা মুদ্রা 5 বার টেঁচ করা হ'ল।

কমপক্ষেও অর্থাৎ 'H' পোড়ার সম্ভাব্যতা-কিমান?

Sol<sup>n</sup> কোনো এবার টেঁচ করিলে H পোড়া

ঘটনার সম্ভাব্যতাক প ধরে সূত্রেরা ২৬ক।

$$\therefore p = \frac{1}{2}; q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

৪ ধরো X হ'ল 5 টা টেঁচত পোড়া H ব. সংখ্যা বুঝায়।

$\therefore$  X ব. দ্বিপদ বণ্টনের ক্ষেত্রে

$$P(X=r) = {}^5C_r \left(\frac{1}{2}\right)^r \left(\frac{1}{2}\right)^{5-r}, r=0,1,2,3,4,5$$

$$= {}^5C_r \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

কমপক্ষেও অর্থাৎ তিনটিও H ব. সম্ভাব্যতা

$$= P(X \geq 3)$$

$$= P(X \geq 3)$$

$$= 1 - P(X > 3)$$

$$= P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$$

$$= 1 - P(X=5) - P(X=4)$$

$$= {}^5C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + {}^5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + {}^5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= 1 - {}^5C_5 \left(\frac{1}{2}\right)^5 - {}^5C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{1}{32} (10 + 5 + 1)$$

$$= 1 - (1+5) \left(\frac{1}{2}\right)^5$$

$$= \frac{16}{32}$$

$$= 1 - 6 \times \frac{1}{32}$$

$$= 1 - \frac{3}{16} = \frac{13}{16} \text{ Ans}$$

$$= \frac{1}{2} \text{ Ans}$$

৮. দুটা মুদ্রা ৩টি টেঁচ 7 বার ও ফলাফল হ'ল। মুদ্রা সংখ্যা 7 পালনে

সম্ভাব্যতা হিচনে সোপা-হয়। (১) এটাও সম্ভাব্যতা বোঝায়

(২) 6 টা সম্ভাব্যতা (৩) কমপক্ষে ৫ টা সম্ভাব্যতা (৪) সর্বাধিক 6 সম্ভাব্যতা

Sol<sup>n</sup> ধরো মুদ্রা সাত পোড়া সম্ভাব্যতা p:

$$\text{এতিয়া } S = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$$

$$= \{(1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3)\}$$



প্রদর্শন X কে পুনঃস্থাপন পদ্ধতিতে 4 বার  
 বগা বলের সংখ্যক বুঝাইছে।

প্রথম  $p =$  এটা বগা বল পোওয়া সম্ভাবিতা  
 $= \frac{1}{20} = \frac{1}{4}$

আমি  $q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$  এটো বগা সংখ্যা  $n=4$

$P(X=x)$  ইচ্ছাও X এটা বিন্দু বসবে  
 অনুসারী-চলক আও ইচ্ছা-মান  
 0, 1, 2, 3, 4. হতে

$P(X=x) = \binom{4}{x} \left(\frac{1}{4}\right)^x \left(\frac{3}{4}\right)^{4-x}, x=0,1,2,3,4 \text{ --- (i)}$

(i)  $P(\text{আটটি বগা}) = P(X=4)$   
 $= \binom{4}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^4$

(ii)  $P(3 \text{টা বগা}) = P(X=3)$   
 $= \binom{4}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = 3 \left(\frac{1}{4}\right)^3$

(iii)  $P(0 \text{টা বগা}) = P(X=0)$   
 $= \binom{4}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^4$   
 $= \left(\frac{3}{4}\right)^4$

(iv)  $P(\text{কমপক্ষে 3 টা বগা})$   
 $= P(X \geq 3)$   
 $= P(X=3) + P(X=4)$   
 $= \binom{4}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 + \binom{4}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0$   
 $= 4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \times 3 + \left(\frac{1}{4}\right)^4$   
 $= 13 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \text{ Answer.}$

৩. এটা লুডু গুটি 3 ~~৩~~ 6 লেনোয়ালে সাজ করে  
 টু ফলা হয়। ইতিমধ্যে 6 টো সঠি টু-লোয়াল  
 সম্ভাবিতা উলিওয়া।

সেই ইচ্ছাও  $p = \frac{1}{6}, q = \frac{5}{6}$

Let X কে লুডু টু সঠি 6 টো লোয়াল-সুচি

$\therefore P(X=6) = P(\text{সর্বমম 5 টা টু 2 টা 6 আও সঠি-টু 6})$

$$\begin{aligned}
 &= P(\text{5 টা টুট-2 টা দুই}) P(\text{মুঠ টুট 6}) \\
 &= {}^5C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} = 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 \\
 &= 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^6 \times 125 \\
 &= 1250 \times \left(\frac{1}{6}\right)^6 \text{ Ans.} \\
 &= \frac{625}{23328} \neq
 \end{aligned}$$

বাণী- — x —

এটা পৰীক্ষাকার্যত ছয় বাৰ কৰাৰ লগতে ~~এটা~~ চকু  
 x টো তলৰ সম্ভাব্যতাৰে জানি চলা দেখা গ'ল:

$$9P(X=4) = P(X=2)$$

সম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতাৰ মিলন কৰা।

সোণ: ধৰো  $p =$  সম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতা।

$$\therefore q = 1 - p \text{ অসম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতা}$$

আমি-পাওঁ  $P(X=r) = {}^6C_r p^r q^{6-r} \quad r=0,1,\dots,6$

অত্যাতে,  $9 \times {}^6C_4 p^4 q^2 = {}^6C_2 p^2 q^4$

$$\Rightarrow 9 \times p^4 q^2 = p^2 q^4 \quad ({}^6C_2 = {}^6C_4)$$

$$\Rightarrow 9p^2 = q^2$$

$$\Rightarrow 3p = q$$

$$\Rightarrow 3p = 1 - p$$

$$\Rightarrow 4p = 1$$

$$\Rightarrow p = \frac{1}{4} \text{ Ans.}$$

০. দুটা পালা স্তুটি- 4 বাৰ টুট কৰা  
 হ'ল। যদি দুয়োটাতে একে সংখ্যা  
 পোৱাক (doublet পোৱাক) সম্ভাব্যতা  
 জানি গ'ল। কৰা হ'ল, তেন্তে 2 টা  
 সম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতা কিমান সম্ভাব্যতা কৰিবলৈ নিয়া।

সোণ: ধৰাওঁ ~~সম্ভাব্যতা~~ ~~সম্ভাব্যতা~~ ~~সম্ভাব্যতা~~ ~~সম্ভাব্যতা~~ ~~সম্ভাব্যতা~~ ~~সম্ভাব্যতা~~  
 সম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতাৰ মিলন কৰা  
 অত্যাতে 'doublet' পোৱাৰ সম্ভাব্যতাৰ সম্ভাব্যতা  
 p হিচাপে লোৱা হ'ল।

$$\therefore p = \frac{6}{36}$$

[কাৰণ doublet ছয় টা (পোতা মাত্ৰ: (১,১), (২,২), (৩,৩), (৪,৪), (৫,৫), (৬,৬)]

আৰু মুঠ ঘটনাৰ সংখ্যা =  $6^2 = 36$ .

X হৈছে দ্বি-পৰ্যায় বিতৰণৰ ৪ বাৰ দক্ষিণত্যাৰ  
যত্নত লাভ পৰা doublet ৰ সংখ্যা বুজায়।

$$\therefore n = 4, p = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} P(X=x) &= {}^4C_x p^x q^{4-x} \\ &= {}^4C_x p \cdot q^{4-x}, \quad x=0,1,2,3,4. \end{aligned}$$

$$\therefore P(X=0) = P(\text{এটাও সফলতা নোপায়})$$

$$= {}^4C_0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$P(X=2) = P(x=2)$$

$$= P(2টা সফলতা)$$

$$= {}^4C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

$$= \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

Answer

$$P(X=4) = {}^4C_4 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \left(\frac{1}{6}\right)^4$$

$$P(X=1) = P(\text{এটা সফলতা})$$

$$= {}^4C_1 \left(\frac{1}{6}\right) \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{2}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^3$$

$$P(X=3) = {}^4C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)$$

$$= \frac{10}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

$\therefore$  সম্ভাবিতা বন্টনটো

$$x: 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$$

$$P(x): \left(\frac{5}{6}\right)^4 \quad \frac{2}{3} \left(\frac{5}{6}\right)^3 \quad \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^2 \quad \frac{10}{3} \left(\frac{1}{6}\right)^3 \quad \left(\frac{1}{6}\right)^4$$

Answer.

সম্ভাবিতা

৭. এমন বাধা দাঁড়ানোর ফলে মেলুটাইজনে  
 \* 10 টা বাধা লাগে হ'ল সম্ভবে। প্রতিটা বাধা -  
 ছাঁপিয়াব পাৰা সম্ভাবিতা  $\frac{5}{6}$  দিয়া আছে।  
 তেই দুটাত কে' কম বাধা বগৰোৱাৰ সম্ভাবনা  
 উলিওৱা।

আমাক বাধাৰ মুঠা কোৱা সম্ভৱতহে  
 ১০ টা  
 তাৰে কে' কম বাধা দিছে

Sol<sup>n</sup> বাধা ছাঁপিয়াই তাতিলম কৰাৰ  
 সম্ভাবিতা  $p = \frac{5}{6}$ , গতিকে বাধাৰ  
 মুঠা মাৰি বগৰোৱাৰ সম্ভাবিতা  $p = \frac{1}{6}$

ধৰা হ'ল X হৈ বগৰোৱা বাধাৰ সংখ্যা সূচায়।  
 গতিকে X হৈ বিসদ বৰ্তন অনুসন্ধান কৰিব  
 আৰু  $n=10$ ,  $p = \frac{1}{6}$

এতিয়া  $P(X=r) = {}^{10}C_r \left(\frac{1}{6}\right)^r \left(\frac{5}{6}\right)^{10-r}$ ,  $r=0, 1, \dots, 10$

আমাক লাগে  $P(X < 2) = P(X=0) + P(X=1)$

$= {}^{10}C_0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^{10} + {}^{10}C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^1 \left(\frac{5}{6}\right)^9$

$= \left(\frac{5}{6}\right)^{10} + 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^1 \times 5^9$

$= \left(\frac{1}{6}\right)^{10} (5^{10} + 2 \times 5^{10})$

$= \left(\frac{5}{6}\right)^{10} (1 + 2)$

$= 3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10}$  Ans

বাস্তৱ জীৱনত যদিও  
 হাৰ্ডলৈ গ'ব হোৱাৰ ক্ষেত্ৰে  
 success, আমাৰ অফল্টাইট  
 হাৰ্ডলৈ মুঠলৈ হোৱাৰ ক্ষেত্ৰে  
 সম্ভৱতা - এই সম্ভৱতা  
 সম্ভৱিতা  $p = \frac{1}{6}$

০৩