৩/৪

এটা মোনাত 5টা বগা, 7টা ৰঙা আৰু 4টা ক'লা বল আছে। যদি চাৰিটা বল এটা এটাকৈ টানি তাৰ ৰঙটো লিখি ৰাখি পুনৰ মোনাত থোৱা হয় (পুনৰ্স্থাপন পদ্ধতি) তেন্তে

(i) আটাইকেইটা বগা (ii) ৩টা বগা (iii) এটাও বগা নহয়

(iv) কমেও এটা বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

ধৰা হ'ল X যে পুনৰ্স্থাপন পদ্ধতিৰে 4 বাৰকৈ বাছনি কৰা বগা বলৰ সংখ্যাক বুজাইছে।

ইয়াত p = এটা বগা বল পোৱা সম্ভাৱিতা

$= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

আৰু $q = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ $\boxed{\text{ঘটনাৰ সংখ্যা } n = 4}$

$P(X=r)$ ইয়াত X এটা দ্বিপদ বণ্টন অনুগামী চলক আৰু ইয়াৰ মান 0, 1, 2, 3, 4.

$P(X=r) = P(r$ টা বগা বল$)$

$= {}^4C_r \left(\frac{1}{4}\right)^r \left(\frac{3}{4}\right)^{4-r}, \quad r = 0,1,2,3,4$ —(1)

(i) $P($আটাইকেইটা বগা$) = P(X=4)$

$= {}^4C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0 = \left(\frac{1}{4}\right)^4$

89 (ii) $P(3$টা বগা$) = P(X=3)$

$= {}^4C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right)^1 = 3\left(\frac{1}{4}\right)^3$.

(iii) $P(0$টা বগা$) = P(X=0)$

$= {}^4C_0 \left(\frac{1}{4}\right)^0 \left(\frac{3}{4}\right)^4$

$= \left(\frac{3}{4}\right)^4$

(iv) $P($কমেও 3 টা বগা$)$

$= P(X \geq 3)$

$= P(X=3) + P(X=4)$

$= {}^4C_3 \left(\frac{1}{4}\right)^3 \left(\frac{3}{4}\right) + {}^4C_4 \left(\frac{1}{4}\right)^4 \left(\frac{3}{4}\right)^0$

$= 4\left(\frac{1}{4}\right)^4 \times 3 + \left(\frac{1}{4}\right)^4$

$= 13\left(\frac{1}{4}\right)^4$ Answer.

—x—

Q. এটা লুডুগুটি 3 টা 6 নোপোৱালৈকে বাৰে বাৰে টচ্ কৰা হয়। তৃতীয় 6 টো ষষ্ঠ টচত পোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Soln ইয়াত $p = \frac{1}{6}$, $q = \frac{5}{6}$

Let X যে তৃতীয় টচত ষষ্ঠ 6টো পোৱা বুজাইছে

$\therefore P(X=6) = P($প্ৰথম 5টা টচত 2টা 6 আৰু ষষ্ঠ টচত 6$)$

$= P$(5টা টছত 2 টা ছয়) P(ষষ্ঠ টছত 6)

$= {}^5C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \times \frac{1}{6} = 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3$

$= \cancel{10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^6 \left(\frac{5}{6}\right)} = 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^6 \times 125$

$= 1250 \times \left(\frac{1}{6}\right)^6$ Ans.

$= \frac{625}{23328}$ //

বাণুলী — x —

প্ৰ: এটা পৰীক্ষা কাৰ্য্য ছয় বাৰ কৰাৰ সাপেক্ষে ~~…~~ চলক x যে তলৰ সম্বন্ধটো মানি চলা দেখা গ'ল:

$9P(X=4) = P(X=2)$.

সফলতাৰ সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা।

Solⁿ: ধৰো $p =$ সফলতাৰ সম্ভাৱিতা।

$\therefore q = 1-p$ অসফলতাৰ সম্ভাৱিতা

আমি পাওঁ $P(X=r) = {}^6C_r p^r q^{6-r}, \quad r = 0, 1, \cdots 6$

প্ৰশ্নমতে, $9 \times {}^6C_4 p^4 q^2 = {}^6C_2 p^2 q^4$

$\Rightarrow 9 \times p^4 q^2 = p^2 q^4 \quad ({}^6C_2 = {}^6C_4)$

$\Rightarrow 9p^2 = q^2$

$\Rightarrow 3p = q$

$\Rightarrow 3p = 1-p$

$\Rightarrow 4p = 1$

$\Rightarrow p = \frac{1}{4}$; Ans.

Q. দুটা পাশাগুটি 4 বাৰ টছ কৰা হ'ল। যদি দুয়োটাতে একে সংখ্যা পোৱাক (doublet পোৱাক) সফলতা বুলি গণ্য কৰা হয়, তেন্তে 2 টা সফলতাৰ সম্ভাৱিতা কিমান? সম্ভাৱিতা বন্টনটো লিখা।

Solⁿ ~~ধৰা হ'ল এটা টছত এটা doublet পোৱাৰ সম্ভাৱিতা~~ ধৰা হ'ল পাশাগুটি দুটা এবাৰ মাৰোতে 'doublet' পোৱাৰ সম্ভাৱিতাক সফলতা p হিচাপে লোৱা হ'ল।

$\therefore p = \frac{6}{36}$

[কাৰণ doublet ছয় টা পোৱা যায়: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)]
আৰু মুঠ ঘটনাৰ সংখ্যা $= 6^2 = 36$.

X যে পাশাগুটিযোৰ 4 বাৰ দলিওৱাৰ ফলত পাব পৰা doublet ৰ সংখ্যা বুজায়।

$\therefore n = 4, \quad p = \frac{1}{6}$

$P(X=r) = {}^4C_r\, p^r q^{4-r}$

$= {}^4C_r\, p^r q^{4-r}, \quad r = 0,1,2,3,4.$

$\therefore P(X=0) = P($এটাও সফলতা নোপোৱা$)$

$= {}^4C_0 \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^4$

$= \left(\frac{5}{6}\right)^4$

$P(X=2) = P(X=2)$

$= P($2 টা সফলতা$)$

$= {}^4C_2 \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$ Answer

$= \frac{1}{6} \left(\frac{5}{6}\right)^2$

$P(X=4) = {}^4C_4 \left(\frac{1}{6}\right)^4 \left(\frac{5}{6}\right)^0 = \left(\frac{1}{6}\right)^4$

$P(X=1) = P($এটা সফলতা$)$

$= {}^4C_1 \left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{2}{5}\left(\frac{5}{6}\right)^3$

$P(X=3) = {}^4C_3 \left(\frac{1}{6}\right)^3 \left(\frac{5}{6}\right)$

$= \frac{10}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3.$

$\therefore$ সম্ভাবিতা বন্টনটো

$X:$	0	1	2	3	4
$P(X):$	$\left(\frac{5}{6}\right)^4$	$\frac{2}{3}\left(\frac{5}{6}\right)^3$	$\frac{1}{6}\left(\frac{5}{6}\right)^2$	$\frac{10}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3$	$\left(\frac{1}{6}\right)^4$

Answer.

সম্ভাৱিতা ch-13(7)

Q. এমন বাধা দৌৰৰ খেলত খেলুৱৈ জনে 10 টা বাধা পাৰ হ'ব লাগে। প্ৰতিটো বাধা জপিয়াব পৰা সম্ভাৱিতা $\frac{5}{6}$ দিয়া আছে। তেওঁ দুটাতকৈ কম বাধা বগৰোৱাৰ সম্ভাৱনা উলিওৱা।

Note: আমাক বাধাত খুন্দা খোৱা সম্পৰ্কিত হে অধ্যয়নটো কৰিব দিছে

Sol^n বাধা জপিয়াই অতিক্ৰম কৰাৰ সম্ভাৱিতা, $q = \frac{5}{6}$, গতিকে বাধাত খুন্দা মাৰি বগৰোৱাৰ সম্ভাৱিতা $p = \frac{1}{6}$

ধৰা হ'ল X যে বগৰোৱা বাধাৰ সংখ্যা সূচায়। গতিকে X যে দ্বিপদ বন্টন অনুসৰণ কৰিব আৰু $n=10$, $p=\frac{1}{6}$.

এতিয়া $P(X=r) = {}^{10}C_r \left(\frac{1}{6}\right)^r \left(\frac{5}{6}\right)^{10-r}, \; r=0,1,\dots,10$

আমাক লাগে $P(X<2) = P(X=0)+P(X=1)$

$$= {}^{10}C_0\left(\frac{1}{6}\right)^0\left(\frac{5}{6}\right)^{10} + {}^{10}C_1\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{5}{6}\right)^9$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^{10} + 10\times\left(\frac{1}{6}\right)^{10}\times 5^9$$

$$= \left(\frac{1}{6}\right)^{10}\left(5^{10} + 2\times 5^{10}\right)$$

$$= \left(\frac{5}{6}\right)^{10}(1+2)$$

$$= 3\left(\frac{5}{6}\right)^{10}$$ Ans

বাস্তৱ জীৱনত যদিও হাৰ্ডল পাৰ হোৱাটোহে success, আমাক অধ্যয়নত হাৰ্ডলত খুন্দা খোৱাটোহে সফলতা — সেয়ে সফলতাৰ সম্ভাৱিতা $p=\frac{1}{6}$

Ch-3. মৌলকক্ষ

মৌলকক্ষ
Matrix

• মৌলকক্ষ হ'ল একধৰণৰ আয়তাকাৰ ব্যূহ (rectangular array)। ইয়াৰ ভিতৰৰ মৌলবোৰক একোটা প্ৰৱিষ্টি বোলে (entry)। ইয়াত কিছুমান শাৰী (row) আৰু স্তম্ভ (column) থাকে।

মৌলকক্ষৰ শাৰী আৰু স্তম্ভৰ সংখ্যা ক্ৰমে m আৰু n হ'লে মৌলকক্ষটোৰ আকৃতি (m,n) বুলি কোৱা হয়। ইয়াক $m\times n$ মাত্ৰাৰ মৌলকক্ষও বোলে।

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} & \cdots & a_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mj} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

এটা $m\times n$ মাত্ৰা (order) ৰ মৌলকক্ষ। ইয়াক $A=(a_{ij})_{m\times n}$ হিচাপে চমুকৈ লিখিব পৰা যায়।

(1) স্তম্ভ মৌলকক্ষ (column matrix)

মাত্ৰ এটা স্তম্ভ থকা মৌলকক্ষক স্তম্ভ মৌলকক্ষ বোলে।

$A=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$ এটা স্তম্ভ মৌলকক্ষ।

ইয়াক $A=(a_{ij})_{m\times 1}$ হিচাপে লিখিব পাৰি।

(2) শাৰী মৌলকক্ষ-

উদা: $B=(1 \quad 2 \quad 3 \quad 4)$ আকৃতিৰ-

ইয়াৰ সাধাৰণ ৰূপ $B=(a_{ij})_{1\times n}$.

(3) Square (বৰ্গ) মৌলকক্ষ:

এটা মৌলকক্ষৰ শাৰী আৰু স্তম্ভৰ সংখ্যা সমান হ'লে তাক বৰ্গ মৌলকক্ষ বোলে।

n টা শাৰী আৰু n টা স্তম্ভ থকা মৌলকক্ষক n-মাত্ৰাৰ মৌলকক্ষ (matrix of order n) বুলি কোৱা হয়।

Ex. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ এটা 3-বৰ্গ মৌলকক্ষ।

(iv) $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}_{3\times3}$

বৰ্গ মৌলকক্ষটোৰ a_{11}, a_{22}, a_{33} মৌল কেইটাই এটা কৰ্ণ গঠন কৰে বুলি কোৱা হয়।

কৰ্ণ মৌলকক্ষ :-

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \; C = (4)$$

আদি কৰ্ণ মৌলকক্ষৰ উদাহৰণ। কৰ্ণৰ বাহিৰত থকা মৌলবোৰ শূন্য হয়।

(v) Scalar matrix

অদিশ মৌলকক্ষ :

কৰ্ণ মৌলকক্ষ এটাৰ মৌলবোৰ সমান হ'লে তাক অদিশ মৌলকক্ষ বোলে।

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \; B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \; C = (4)$$

অদিশ মৌলকক্ষৰ উদাহৰণ।

(vi) একক মৌলকক্ষ

উদা (1), $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ আদি

(vii) শূন্য মৌলকক্ষ :

উদা: (0), $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ আদি

$(0\;0\;0)$, $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ আদি

(i) যোগ প্ৰক্ৰিয়া :-

$$\begin{pmatrix} 80 & 60 \\ 75 & 65 \\ 90 & 85 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 90 & 50 \\ 70 & 55 \\ 75 & 75 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 80+90 & 60+50 \\ 75+70 & 65+55 \\ 90+75 & 85+75 \end{pmatrix}$$

~~a11~~ a12 a

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow A+B = \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{pmatrix}.$$

দুটা মৌলকক্ষৰ যোগ সম্ভৱ হ'ব যদিহে সিহঁতৰ আকাৰ একে। প্ৰথমটোৰ আকাৰ $m\times n$ হ'লে দ্বিতীয়টোৰ আকাৰো $m\times n$ হ'ব লাগিব।

মৌলকক্ষক স্কেলাৰ ৰাশিৰে পূৰণ:

ধৰা α এটা অদিশ ৰাশি আৰু $A=(a_{ij})_{m\times n}$ এটা মৌলকক্ষ। তেন্তে $\alpha A = (\alpha(a_{ij}))_{m\times n}$

উদাহৰণ: $$4\times\begin{pmatrix}1&2&3\\3&4&5\\5&6&7\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}4&8&12\\12&16&20\\20&24&28\end{pmatrix}.$$

মৌলকক্ষৰ পূৰণ:

প্ৰথম কথা:— দুটা মৌলকক্ষ পূৰণযোগ্য হ'ব যদিহে প্ৰথমটোৰ স্তম্ভৰ সংখ্যা দ্বিতীয়টোৰ শাৰীৰ সংখ্যাৰ সমান হয়।

ধৰা হওক $A=(a_{ij})$ এটা $m\times n$ আকাৰৰ মৌলকক্ষ।
$B=(b_{jk})$ এটা $n\times p$ আকাৰৰ মৌলকক্ষ।
তেন্তে $A\times B$ তো এটা মৌলকক্ষ C হ'ব যাৰ আকাৰ $m\times p$ আৰু $C=(c_{ik})_{m\times p}$.

A ৰ i তম শাৰী $(a_{i1}\ a_{i2}\ \dots\ a_{in})$

আৰু B ৰ j তম স্তম্ভ: $\begin{pmatrix}b_{1k}\\b_{2k}\\\vdots\\b_{nk}\end{pmatrix}$

গতিকে $c_{ik} = a_{i1}b_{1k} + a_{i2}b_{2k} + \dots + a_{in}b_{nk}$
$$= \sum_{j=1}^{n} a_{ij}b_{jk}.$$

Note $$(a_{ij})_{m\times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & & a_{ij} & \dots & a_{in} \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mj} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad (b_{jk}) = \begin{pmatrix} b_{11} & \dots & b_{1k} & \dots & b_{1p} \\ b_{21} & \dots & b_{2k} & \dots & b_{2p} \\ b_{j1} & \dots & b_{jk} & \dots & b_{jp} \\ \dots \end{pmatrix}$$

Ex1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}_{1\times3} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3\times1}$

১ম matrix ত 1 শাৰী (R) 3 স্তম্ভ (C), ২য় matrix ত 3 শাৰী - 1 স্তম্ভ

1 — 3 — 3 — 1

উত্তৰৰ মৌলকক্ষটো 1×1 হ'ব.

শাৰীৰ সংখ্যা প্ৰথমটোৰ পৰা, স্তম্ভ সংখ্যা ২য়টোৰ পৰা

$= \begin{pmatrix} 1\times1 + 2\times2 + 3\times3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1+4+9 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 14 \end{pmatrix}_{1\times1}$. এটা মাত্ৰ মৌল

Ex2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}_{3\times1} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}_{1\times3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{3\times3}$

$= \begin{pmatrix} 1\times1 & 1\times2 & 1\times3 \\ 2\times1 & 2\times2 & 2\times3 \\ 3\times1 & 3\times2 & 3\times3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$ Ans.

Ex3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{2\times2} \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}_{2\times2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{2\times2}$

$= \begin{pmatrix} 1\times5+2\times2 & 1\times1+2\times4 \\ 3\times5+4\times2 & 3\times5+4\times4 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 9 & 9 \\ 23 & 31 \end{pmatrix}_{3\times3}$

Ex4 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}_{\substack{2\times2 \\ R\ C}} \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \end{pmatrix}_{\substack{2\times3 \\ R\ C}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{2\times3}$

$= \begin{pmatrix} 1\times0+2\times1 & 1\times2+2\times1 & 1\times3+2\times5 \\ 3\times0+4\times1 & 3\times2+4\times1 & 3\times3+4\times5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & 4 & 13 \\ 4 & 10 & 29 \end{pmatrix}$

Ex 5

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}_{3\times 3} \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 30 \end{pmatrix}_{3\times 1} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}_{3\times 1}$$

$$= \begin{pmatrix} 0\times10 + 1\times20 + 2\times30 \\ 3\times10 + 2\times20 + 1\times30 \\ 2\times10 + 3\times20 + 4\times30 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 50 \\ 100 \\ 200 \end{pmatrix}$$ Ans.

Note (1) নং উদাহৰণটোতেই পূৰণৰ tips-টো লুকাই আছে।

Ex 6 $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

আৰু $D = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$

C ক্ষেত্ৰত শাৰী 2 আৰু স্তম্ভ 3

D " শাৰী 3 আৰু স্তম্ভ 2

গতিকে CD এটা 2×2 মৌলকক্ষ হ'ব।

$$\therefore CD = \begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{2} \\ \boxed{3} & \boxed{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}$$

$\boxed{1}$ পাবলৈ $(1 \ -1 \ 2)\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 2+1+10 = 13$

$\boxed{2}$ পাবলৈ $(1 \ -1 \ 2)\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = 7-1-8 = -2$

[3] " $(0 \ 3 \ 4)\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = 0-3+20 = 17$

[4] " $(0 \ 3 \ 4)\begin{pmatrix} 7 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} = 0+3-16 = -13.$

$$\therefore CD = \begin{pmatrix} 13 & -2 \\ 17 & -13 \end{pmatrix}.$$

Ex: যোগ কর $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ (যোগ)

$$= \begin{pmatrix} 3-2 & -2+4 \\ 1+1 & 4+3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \text{ Ans.}$$

Ex $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 6 & 1 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 2+1 & 1-2 & 3+3 \\ 0+2 & 3+6 & 5+1 \\ -1+0 & 2-3 & 5+1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & -1 & 6 \\ 2 & 9 & 6 \\ -1 & -1 & 6 \end{pmatrix} \text{ Ans}$$

Ex ধরা $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

তাহলে $2A - 3B$ নির্ণয় কর।

Sol^n. $2A - 3B = 2 \times \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 6 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ -6 & 15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4-3 & 8-9 \\ 6+6 & 4-15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 12 & -11 \end{pmatrix}$$

Ex $A = \text{diag}(2\ -5,\ 9)$

$B = \text{diag}(1\ -1\ -4)$ (diagonal → কর্ণ)

তাহলে $2A - 2B$ নির্ণয় কর।

Sol^n $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

$$2A-2B = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 18 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -8 & 0 \\ 0 & 0 & 26 \end{pmatrix}$$

$$= \text{diag}(2 \ \ -8 \ \ 26)$$

Ex $A = [x \ y \ z]$, $B = \begin{bmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

$$BC = \begin{pmatrix} a & h & g \\ h & b & f \\ g & f & c \end{pmatrix}_{3\times3} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}_{3\times1} =$$

$$= \begin{pmatrix} ax+hy+gz \\ hx+by+fy \\ gx+fy+cz \end{pmatrix}_{3\times1} \quad 3\times\boxed{\cancel{3\times3}}\times1$$

$$ABC = [x \ y \ z] \begin{bmatrix} ax+hy+gz \\ hx+by+fy \\ gx+fy+cz \end{bmatrix}$$

RC RC
1 3 1 1

$$= [\qquad\qquad]_{1\times1}$$

$$= [x(ax+hy+gz) + y(hx+by+fy) + z(gx+fy+cz)]$$

$$= [ax^2 + hxy + gzx + hxy + by^2 + fy^2 + gzx + fyz + cz^2]$$

$$= [ax^2 + by^2 + cz^2 + 2hxy + 2fyz + gzx]$$

Ex If $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cancel{\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \otimes & \otimes \\ \otimes & \otimes \end{pmatrix} \quad \rightarrow \downarrow$$

$$= \begin{pmatrix} 1+(-2) & -1+(-3) \\ 2+6 & -2+9 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 8 & 7 \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+(-1) & 1+0 \\ 4+3 & 2+0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$2AB = 2\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}.$$

— × —

Ex. x ৰ মান উলিওৱা যদি

$$[1 \ x \ 1]\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 15 & 3 & 2 \end{bmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix} = 0$$

Sol^n. $$[1 \ x \ 1]\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 15 & 3 & 2 \end{bmatrix}_{3\times 3}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ x \end{pmatrix}_{3\times 1} = 0$$

$$= (1 \ x \ 1)\begin{pmatrix} 1+6+2x \\ 2+10+x \\ 15+6+2x \end{pmatrix}_{3\times 1} = 0 \qquad 1\times 3 - 3\times 1$$

$$= \big(1\times(1+6+2x) + x(2+10+x) + 1(15+6+2x)\big)$$

$$= \left(1+6+2x+2x+10x+x^2+15+6+2x\right) = 0$$

$$= \left(x^2+16x+28\right) = 0 \quad \text{(ইয়াত O শূন্য মৌলকক্ষ)}$$

$$\Rightarrow x^2+16x+28 = 0 \quad \text{(ইয়াত O টো এটা অংক/সংখ্যা)}$$

$$\Rightarrow (x+14)(x+2) = 0.$$

$$\Rightarrow x = -14, \ -2.$$

Ex. A এটা বৰ্গ মৌলকক্ষ যাতে $A^2 = I$ তেন্তে
$(A-I)^3 + (A+I)^3 - 7A$

$$(A-I)^3 = A^3 - 3A^2 I + 3AI^2 - I^3$$

$$\Rightarrow (A-I)^3 = A^3 - 3A^2 + 3A - I$$
$$(A+I)^3 = A^3 + 3A^2 + 3A + I$$

Hence $(A-I)^3 + (A+I)^3 = 2(A^3 + 3A)$

$$= 2(A^2A + 3A)$$
$$= 2(IA + 3A)$$
$$= 2 \times 4A$$
$$= 8A.$$

10 $\therefore (A-I)^3 + (A+I)^3 - 7A = A$ $\therefore$ Ans.

Q. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$ and $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. ~~$A^2 = 8A + kI$~~.

আর $A^2 = 8A + kI$ হ'লে k র মান নির্ণয় কর।

Soln. $\cancel{A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}$

$\cancel{= \begin{pmatrix} 1+0 & 0+7 \\ -1+0 & 0+7 \end{pmatrix}}$

$\cancel{= \begin{pmatrix} 1+0 & 0+0 \\ -1+0 & 0+7 \end{pmatrix}_{2\times 2}}$

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1+0 & 0+0 \\ -1-7 & 0+49 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 49 \end{pmatrix}$$

এখানে, $A^2 = 8A + kI$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 49 \end{pmatrix} = 8\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 7 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ -8 & 56 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 49 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8+k & 0+0 \\ -8+0 & 56+k \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1 = 8+k \\ \& \ 49 = 56+k \end{array}\right\}$ (যেকোনো একটি নিলেই হবে)

$\Rightarrow k = -7$ Ans.