গাউছৰ উপপাদ্য :- " ϵ বিদ্যুৎমাধ্যমাংকৰ কোনো মাধ্যমত বদ্ধ পৃষ্ঠৰ মাজেদি পাৰ হোৱা মুঠ ফ্লাক্সৰ মান (Φ), পৃষ্ঠৰ কেন্দ্ৰত থকা আধান (Q)ৰ $\frac{1}{\epsilon}$ গুণ।"

$$\therefore \boxed{\Phi = \frac{Q}{\epsilon}}$$

আধানৰ সৈতে বলৰেখাৰ এই সম্বন্ধক গাউছৰ সূত্ৰ বোলে।

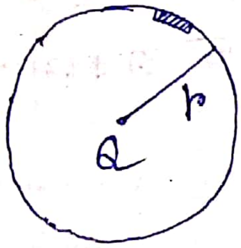
বৈদ্যুতিক ফ্লাক্স :- (Electric flux)

কোনো ক্ষেত্ৰফলৰ মাজেৰে লম্বভাবে পাৰ হোৱা বৈদ্যুতিক বলৰেখাৰ মুঠ সংখ্যাক সেই ক্ষেত্ৰফলৰ ফ্লাক্স বোলে।

প্ৰতি একক কালিৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা এনে বলৰেখাৰ সংখ্যা, সেই ঠাইৰ বিদ্যুৎ ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্যৰ সমান।

গতিকে E ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্যৰ বাবে, A পৃষ্ঠ কালিৰ মাজেৰে লম্বভাবে পাৰ হোৱা বলৰেখা বা ফ্লাক্সৰ (Flux) মান,

$$\boxed{\Phi = EA}$$



ধৰা হ'ল, r ব্যাসাৰ্ধৰ গোলাকাৰ বৃত্ত এটাৰ কেন্দ্ৰত $+Q$ আধান ৰখা হৈছে। বৃত্তটোৰ পৃষ্ঠৰ কোনো বিন্দুত ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য,

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2}$$

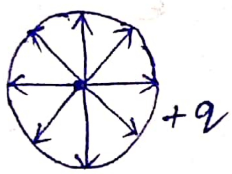
$\epsilon \rightarrow$ বৃত্তটোৰ মাধ্যমৰ বিদ্যুত মাধ্যমাংক।

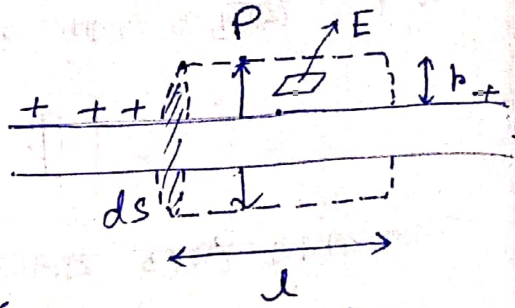
গোলাকাৰ পৃষ্ঠ খনেদি পাৰ হোৱা মুঠ ফ্লাক্স,

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon}$$

গাউছৰ সূত্ৰৰ প্ৰয়োগ :-

(i) অসীম দৈৰ্ঘ্যৰ সুষম তাঁৰৰ বিদ্যুতক্ষেত্ৰ নিৰ্ণয় :-





অসীম দৈৰ্ঘ্যৰ R ব্যাসাৰ্ধৰ তাঁৰ (পৰিবাহী) এডাল কল্পনা কৰা হৈছে। এই ক্ষেত্ৰত বৈদ্যুতিক বলৰেখাবোৰ তাঁৰৰ পৃষ্ঠৰ লম্বদিশত থাকিব আৰু অক্ষৰ পৰা সমদূৰত সকলো বিন্দুত বিদ্যুত ক্ষেত্ৰ মান একে হ'ব।

তাঁৰ ডালক অক্ষ হিচাপে লৈ 'l' দৈৰ্ঘ্যৰ আৰু r ব্যাসাৰ্ধৰ এটা চুঙা কল্পনা কৰা হৈ(ছে)। এই কাল্পনিক পৃষ্ঠক গাউছীয়ান পৃষ্ঠ বোলে। উক্ত চুঙাটোৰ দুইমূৰৰ প্ৰস্থচ্ছেদৰ মাজেৰে কোনো বল ৰেখা পাৰ নহয়। চুঙাটোৰ বক্ৰপৃষ্ঠৰ লম্বভাৱে, অৰ্থাত ব্যাসাৰ্ধৰ দিশত সকলো বলৰেখা পাৰ হৈ যাব।

$$\left(\phi = \vec{E}.\vec{ds} = 0\right)$$

যদি কাল্পনিক চুঙাটোৰ কালি $2\pi r l$ আৰু E বিদ্যুত ক্ষেত্ৰৰ প্ৰাবল্য হয়, তেন্তে,

$$\phi = E \times 2\pi r l$$

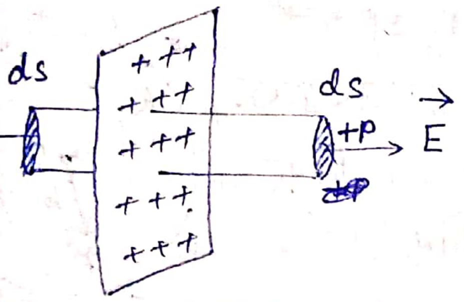
যদি, প্ৰতি একক দৈৰ্ঘ্যত থকা আধানৰ মান λ হয়, তেন্তে, l দৈৰ্ঘ্যত থকা আধানৰ মান λl.

∴ গাউছৰ সূত্ৰমতে,

$$2\pi r l E = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\lambda}{2\pi r \epsilon_0}}$$

ii) অসীম দৈৰ্ঘ্যৰ আহিত পাতল পাতৰ বাবে বিদ্যুতক্ষেত্ৰ :-



σ পৃষ্ঠ আধানৰ ঘনত্ব বিশিষ্ট অসীম পাতখনৰ বাবে P বিন্দুত বিদ্যুতক্ষেত্ৰ উলিয়াব লাগে।

যিহেতু পাত খন অসীম আৰু ধন আধানেৰে আহিত; বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ দিশ পাতখনৰ লম্বদিশত হ'ব। P বিন্দুত বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ প্ৰাবল্য উলিয়াবলৈ চুঙা কৃতিৰ গাউছীয়ান পৃষ্ঠ কল্পনা কৰা হৈছে, যাতে P বিন্দুটো চুঙাটোৰ এটা মূৰত থাকে। চুঙাটোৰ আনটো মূৰ পাতখনৰ আনটো ফাল পৃষ্ঠত থাকিব।

এইক্ষেত্ৰত, বিদ্যুতক্ষেত্ৰৰ দিশ, চুঙাটোৰ প্ৰস্থচ্ছেদৰ লম্বদিশত, গতিকে, বক্ৰপৃষ্ঠৰ মাজেদি কোনো বলৰেখা পাৰ নহয়।

এইক্ষেত্ৰত গাউছীয়ান পৃষ্ঠৰ মাজেদি পাৰ হোৱা মুঠ ফ্লাক্সৰ (Flux) ৰ মান,

$$\Phi = Eds + Eds = 2Eds$$

পৃষ্ঠখনে আবৰি থকা আধানৰ মান,

$$Q = \sigma ds$$

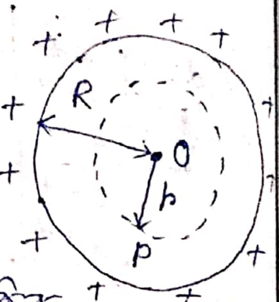
গাউছৰ সূত্ৰৰ পৰা পাওঁ;

$$2E ds = \frac{\sigma ds}{\epsilon_0}$$

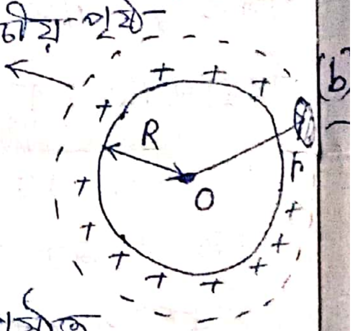
$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}}$$

(ii) সুষমভাৱে আহিত পাতল গোলকৰ বাবে বিদ্যুতক্ষেত্ৰ:

ধৰি লোৱা হ'ল R ব্যাসাৰ্দ্ধৰ পাতল গোলক এটাৰ পৃষ্ঠ আধান ঘনত্ব σ. কেন্দ্ৰৰ পৰা r দূৰত্বত P এটা বিন্দু কল্পনা কৰা হৈছে। P বিন্দুটো গোলকৰ বাহিৰত বা ভিতৰত থাকিব পাৰে।



(a) আহিত গোলকটোৰ বাহিৰত বিদ্যুতক্ষেত্ৰ :-



ধৰা হ'ল গোলকৰ কেন্দ্ৰ O আৰু ব্যাসাৰ্দ্ধ "r". P বিন্দু গাউচীয় পৃষ্ঠত থাকিব।

গোলকৰ পৃষ্ঠত প্ৰতিটো বিন্দুতেই বিদ্যুতক্ষে প্ৰাবল্য (E)ৰ মান একে আৰু ইয়াৰ দিশ ব্যাসাৰ্দ্ধৰ দিশত, ধৰা হ'ল "ds" কালিয়ে P বিন্দু আবৰি আছে আৰু এই ক্ষেত্ৰত $\vec{E}$ আৰু $\vec{ds}$ ৰ ~~কাল~~ দিশ একে।

ds ৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা অভিবাহ (Flux)

$$\phi = E.ds = Eds$$

কাল্পনিক গোলকটোৰ পৃষ্ঠৰে পাৰ হোৱা মুঠ Flux

$$\phi = E\int_0^{4\pi r^2} ds = 4\pi r^2 E \longrightarrow (1)$$

Scanned by CamScanner

R ব্যাসাৰ্দ্ধৰ সুষম গোলকটোৰ পৃষ্ঠকালি $4\pi R^2$। এই গোলকটোত থকা আধানৰ মান, $Q = \sigma \times 4\pi R^2$

গাউছৰ সূত্ৰমতে;

$$\phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E \times 4\pi r^2 = \frac{\sigma \times 4\pi R^2}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2}$$

or

$$E \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2}$$

If $Q > 0$, ধনাত্মক আধান হলে, $\vec{E}$ বহিৰ্মুখী।
$Q < 0$, ঋণাত্মক " $\vec{E}$ অন্তৰ্মুখী।

আহিত গোলকৰ ভিতৰৰ বিন্দুত :-

O বিন্দুক কেন্দ্ৰ কৰি P বিন্দু উপৰিপৃষ্ঠত থকাকৈ r ব্যাসাৰ্দ্ধৰ এটা গোলক কল্পনা কৰা হৈছে। এই গাউচীয় গোলকটোৰ কালি $4\pi r^2$। ইয়াৰ মাজেৰে পাৰ হোৱা মুঠ অভিবাহ, $\Phi = E \times 4\pi r^2$

গাউছৰ সূত্ৰমতে, $\Phi = \frac{Q}{\epsilon_0}$

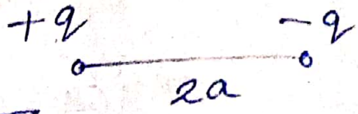
$$\therefore \Rightarrow E \times 4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

ইয়াত Q হৈছে, গাউচীয় পৃষ্ঠই আবদ্ধ কৰি ৰখা আধান। কিন্তু আমি কল্পনা কৰা গাউচীয় পৃষ্ঠই কোনো আধান আবদ্ধ কৰি ৰখা নাই, যিহেতু ই আহিত গোলকৰ পৃষ্ঠৰ ভিতৰত আছে।

গতিকে, $Q = 0$ $\therefore \boxed{E = 0}$

বৈদ্যুতিক দ্বিমেৰু (Electric dipole) :-

কম দূৰত্বৰ (2a) ব্যৱধানত থকা দুটা সমান আৰু বিপৰীত ধৰ্মী আধানৰ যুগ্মকে বৈদ্যুতিক দ্বিমেৰু বোলে।



দ্বিমেৰু ভ্ৰামক এটা ভেক্টৰ ৰাশি

$\vec{p}$ = এটা আধানৰ মান × আধান দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব

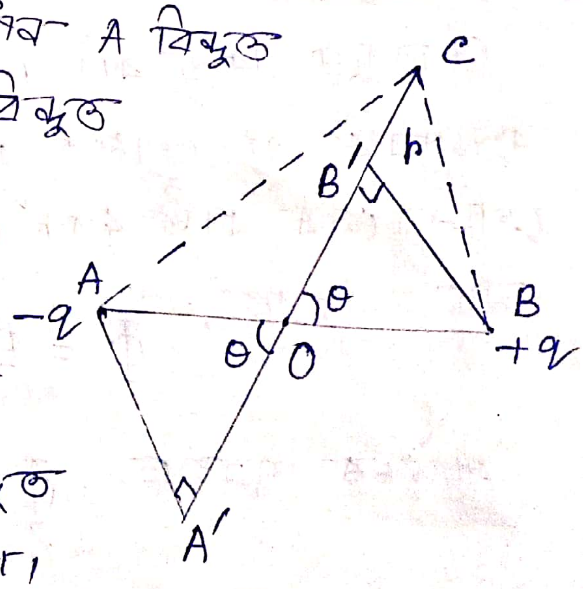
$= q \times 2a$

$$\boxed{\vec{p} = q(\vec{2a})}$$

$\vec{2a}$ ঋণ আৰু ধন আধান সংযোগী ভেক্টৰ।

দ্বিমেৰুৰ বাবে বিদ্যুত বিভৱ :-

দ্বিমেৰু এটাৰ $-q$ আধান A বিন্দুত আৰু $+q$ আধান B বিন্দুত স্থাপন কৰা হৈছে।



$AB = 2a$

AB ৰ মধ্যবিন্দু O ৰ পৰা r দূৰত্বত C বিন্দুত বিভৱ উলিয়াব লাগে।

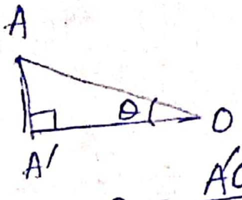
$\overline{OC} = r, \quad \angle COB = \theta = \angle AOA'$

ধৰা হওক, $AA' \perp OC$, $BB' \perp OC$

~~আৰু a<<r.~~

যিহেতু, $d << r$

$$AC \approx A'C = OC + OA'$$
$$= OC + AO\cos\theta$$
$$= r + a\cos\theta$$



$$\cos\theta = \frac{A'O}{AO}$$

এনেদৰে,
$$BC \approx B'C$$
$$= OC - OB'$$
$$= r - a\cos\theta$$

$-q$ আধানৰ বাবে C বিন্দুত বিভৱ,

$$V_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{AC} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(r + a\cos\theta)}$$

$+q$ আধানৰ বাবে C বিন্দুত বিভৱ,

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{BC} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{(r - a\cos\theta)}$$

গতিকে দ্বিমেৰুৰ বাবে, C বিন্দুত মুঠ বিভৱ,

$$V = V_1 + V_2$$
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q}{(r - a\cos\theta)} - \frac{q}{(r + a\cos\theta)}\right]$$
$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\cancel{r} + a\cos\theta - \cancel{r} + a\cos\theta}{r^2 - a^2\cos^2\theta}\right]$$
$$= \frac{q\,2a\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

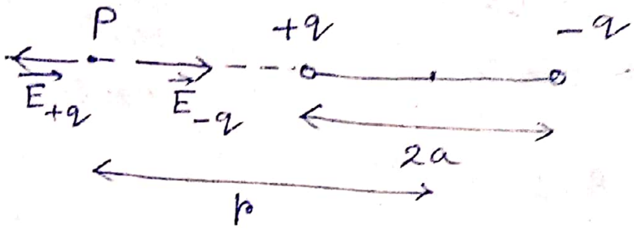
(as $2a$ is very small $a^2\cos^2\theta$ can be neglected)

$$\boxed{\vec{V} = \frac{\vec{p}\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

Scanned by CamScanner

দ্বিমেৰুৰ বাবে বিদ্যুতক্ষেত্ৰ :-

(i) দ্বিমেৰু অক্ষৰ কোনো বিন্দুত :-



দ্বিমেৰুৰ মধ্যবিন্দুৰ পৰা r দূৰত্বত P বিন্দু কল্পনা কৰা হৈছে। P বিন্দু $+q$ ৰ বাওঁফালে আছে।

এতিয়া, $+q$ আধানৰ বাবে P বিন্দুত ক্ষেত্ৰ

$$\vec{E}_{+q} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r-a)^2}\hat{p}$$

এই ক্ষেত্ৰৰ দিশ P বিন্দুৰ বাওঁফাললৈ।

$\hat{p} \longrightarrow$ দ্বিমেৰুৰ অক্ষৰ দিশত একক ভেক্টৰ।

$-q$ আধানৰ বাবে P বিন্দুত বিদ্যুতক্ষেত্ৰ;

$$\vec{E}_{-q} = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 (r+a)^2}\hat{p}$$

এই ক্ষেত্ৰৰ দিশ P বিন্দুৰ সোঁফাললৈ,

P বিন্দুত মুঠ ক্ষেত্ৰ;

$$\vec{E} = \vec{E}_{+q} + \vec{E}_{-q}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{(r-a)^2} - \frac{1}{(r+a)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{\cancel{r^2}+\cancel{a^2}+2ra-\cancel{r^2}-\cancel{a^2}+2ra}{(r^2-a^2)^2}\right]$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{4ra}{(r^2-a^2)^2}\hat{p}$$

যদি $p >> a$, $(p^2-a^2)^2 \approx p^4$

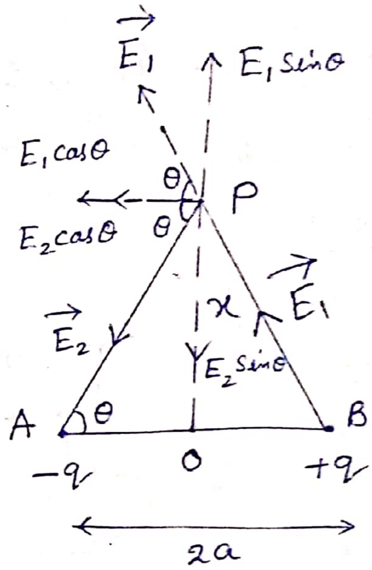
$$\therefore \vec{E} = \frac{4qa}{4\pi\epsilon_0 p^3}\hat{p}$$

দ্বিমেৰু ভ্ৰামক, $\vec{p} = 2qa$

$$\therefore \boxed{\vec{E} = \frac{2p}{4\pi\epsilon_0 p^3}}$$

দ্বিমেৰু অক্ষৰ উলম্ব তলত :-

দ্বিমেৰুৰ লম্ব দ্বিখণ্ডকত P এটা বিন্দু। দ্বিমেৰুৰ মধ্যবিন্দু O ৰ পৰা x দূৰত্বত P বিন্দুটো আছে।



B বিন্দুত থকা $+q$ আধানৰ বাবে, P বিন্দুত বিদ্যুতক্ষেত্ৰ

$$\vec{E_1} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (a^2+x^2)}$$

ইয়াৰ দিশ $\vec{BP}$।

A বিন্দুত থকা $-q$ আধানৰ বাবে;

$$\vec{E_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (a^2+x^2)}$$

ই $\vec{PA}$ ৰ দিশত।

$\therefore$ P বিন্দুত লব্ধ বিদ্যুতক্ষেত্ৰ হ'ব $\vec{E_1} + \vec{E_2}$.

যিহেতু $\vec{E_1}$ আৰু $\vec{E_2}$ ৰ মান একে; গতিকে ইহঁতৰ ~~লম্ব~~ লম্ব উপাংশ সমান আৰু বিপৰীত হ'ব।

Scanned by CamScanner

E_1 আৰু E_2 ৰ অসমান্তৰাল উপাংশ $E_1 \cos\theta$ আৰু $E_2 \cos\theta$ একে দিশত ক্ৰিয়া কৰে।

P বিন্দুত মুঠ বিদ্যুত ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য,

$$E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$$

$$= 2 \times \frac{q}{4\pi\epsilon_0 (a^2+x^2)} \times \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$$

$$= \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 (a^2+x^2)^{3/2}}$$

In vector form

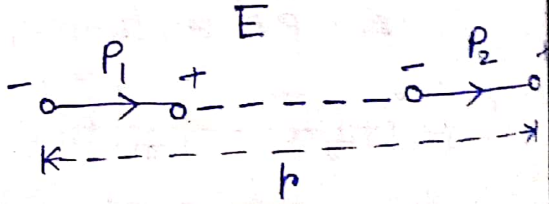
$$\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 (a^2+x^2)^{3/2}}$$

If $x >> a$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{\vec{p}}{4\pi\epsilon_0 x^3}}$$

দুটা দ্বিমেৰুৰ পাৰস্পৰিক স্থিতিশক্তি :-

এটা দ্বিমেৰুৰ বিদ্যুত ক্ষেত্ৰত আন এটা দ্বিমেৰু স্থাপন কৰিলে পৰস্পৰে পাৰস্পৰৰ ওপৰত ক্ৰিয়া কৰে।



$$V = \frac{p\cos\theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$= \frac{\vec{p}\cdot\vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

$$= -\frac{\vec{p}\cdot\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)}{4\pi\epsilon_0} \qquad \left(\because \nabla\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3}\right)$$

ধৰা হ'ল; $\vec{p}_1$ দ্বিমেৰুৰ বিদ্যুত ক্ষেত্ৰ $\vec{E}$ ত $\vec{p}_2$ দ্বিমেৰু স্থাপন কৰা হৈছে। এই ক্ষেত্ৰত p_2 ৰ স্থিতি শক্তি;

$$U = -\vec{p}_2 \cdot \vec{E}$$

$$\therefore E = -\nabla V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\nabla(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})}{r^3}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{r^3}\nabla(\vec{p}_1 \cdot \vec{r}) + \vec{p}_1 \cdot \vec{r}\, \nabla\left(\frac{1}{r^3}\right)\right]$$

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left[\frac{3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}_1\right]$$

যিহেতু $\vec{\nabla}(\vec{p} \cdot \vec{r}) = \vec{p}$

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r^3}\right) = -\frac{3\vec{r}}{r^5}$$

$$\therefore U = -\vec{p}_2 \cdot \left\{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left[\frac{3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}_1\right]\right\}$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left[\frac{3(\vec{p}_1 \cdot \vec{r})(\vec{p}_2 \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2\right]$$

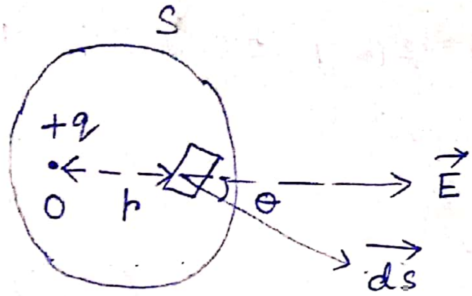
$\vec{p}_1$, $\vec{p}_2$ ৰ অৱস্থান সালসলনি কৰিলেও স্থিতি শক্তিৰ মান একে থাকে। দ্বিমেৰু দুটা সমান মানৰ হ'লে ($p_1 = p_2$) আৰু ইহঁতৰ মাজৰ দূৰত্ব r হ'লে;

$$U = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left[\frac{3(\vec{p} \cdot \vec{r})(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^2} - \vec{p} \cdot \vec{p}\right]$$

$$= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^3} 2p^2$$

$$U = -\frac{p^2}{2\pi\epsilon_0 r^3}$$

গাউছৰ সূত্ৰৰ প্ৰমাণ :-



ধৰা হ'ল, S বন্ধ পৃষ্ঠৰ ভিতৰৰ O বিন্দুত +q আধান আছে। ds বন্ধ পৃষ্ঠৰ এটা ক্ষুদ্ৰ অংশ। "ds" স্থানত ক্ষেত্ৰ প্ৰাবল্য, $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$

"r" হৈছে, +q আধানৰ পৰা ds ৰ দূৰত্ব।

$\vec{E}$ ৰ দিশ পৃষ্ঠক্ষেত্ৰৰ লম্ব দিশত।

"ds" ৰ সৈতে জড়িত ফ্লাক্সৰ মান,

$$d\phi = \vec{E}.\vec{ds}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} ds\cos\theta$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{ds\cos\theta}{r^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

সেয়েহে বন্ধ ক্ষেত্ৰৰ লগত জড়িত ফ্লাক্সৰ মান,

$$\Phi = \oint \frac{q}{4\pi\epsilon_0} d\Omega$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\oint d\Omega$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \times 4\pi$$

$$\boxed{\Phi = \frac{q}{\epsilon_0}}$$